

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Клочков Юрий Сергеевич
Должность: Ректор
Дата подписания: 30.09.2026 11:27:39
Уникальный программный ключ:
3beb265d5d589e7ff4c954946f3ad99a1e70ac12

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«ТЮМЕНСКИЙ ИНДУСТРИАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Строительный институт

Кафедра строительной механики

**РАСЧЕТ СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМЫХ
СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМ**

Сборник заданий для выполнения курсовой работы № 2
по Строительной механике для студентов, обучающихся
по специальности 08.05.01. Строительство уникальных зданий и сооружений
по направлению 08.03.01 Строительство
профилям
Промышленное и гражданское строительство
Организация инвестиционно-строительной деятельности

Составитель ***Ю.Н. Шагисултанова,***
старший преподаватель

Тюмень, 2023

Расчет статически неопределимых стержневых систем: сборник заданий для выполнения курсовой работы по Строительной механике для студентов, обучающихся, по специальности 08.05.01. Строительство уникальных зданий и сооружений очной формы обучения, по направлению 08.03.01 Строительство, профилям Промышленное и гражданское строительство, Организация инвестиционно-строительной деятельности / сост. Шагисултанова; Тюменский индустриальный университет. – 1-е изд. – Тюмень: Издательский центр БИК, ТИУ, 2023. – 48с.

Содержание

1. Исходные данные для заданий.....	4.
2. Варианты заданий.....	5.
3. Библиографический список.....	48

1. Для рис 1 определить количество «лишних связей» методом сил и выбрать основную систему.
 2. Для рис 2 построить эпюры внутренних усилий методом сил.
 3. Для рис 3 с помощью уравнения 3х моментов построить эпюры внутренних усилий.
 4. Для рис 4 определить количество неизвестных методом перемещений и выбрать основную систему.
- Для рис 5 и 6 построить эпюры внутренних усилий методом перемещений.

Исходные данные для решения задач

Таблица №1

данные	1гр.	2гр.	3гр.	4гр.
J_p / J_c	2	0,5	1,5	3
$\ell_1, \text{ м}$	8	10	6	12
$\ell_2, \text{ м}$	6	8	4	10
$\ell_3, \text{ м}$	1	2	2	3
$h_1, \text{ м}$	5	6	4	8
$h_2, \text{ м}$	4	4	5	4
$P_1, \text{ кН}$	8	6	8	6
$P_2, \text{ кН}$	10	8	6	4
$q_1, \text{ кН / м}$	4	4	2	2
$q_2, \text{ кН / м}$	3	2	6	3
$M, \text{ кН} \cdot \text{м}$	10	12	15	20

Вариант №1

Рисунок 1

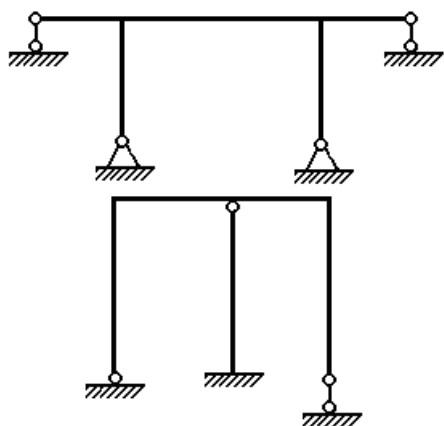


Рисунок 2

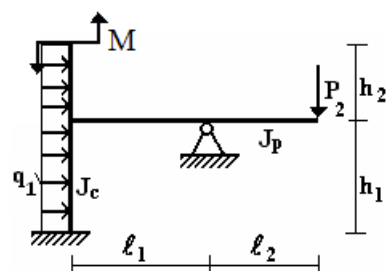


Рисунок 3

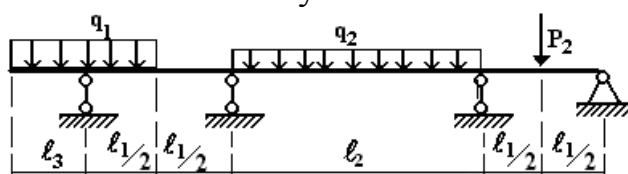


Рисунок 4

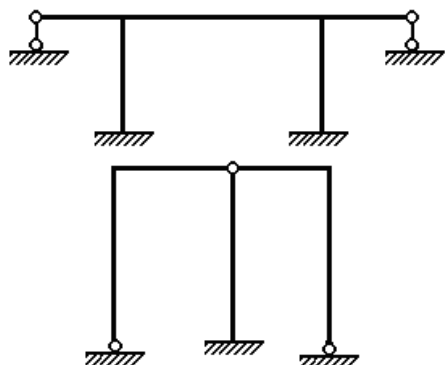


Рисунок 5

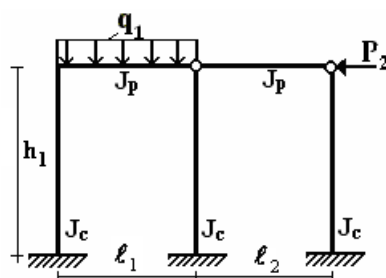
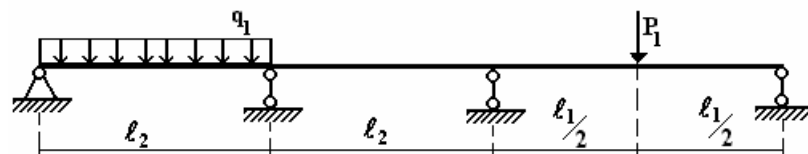


Рисунок 6



Вариант №2

Рисунок 1

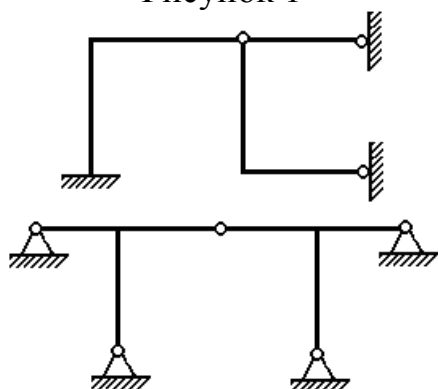


Рисунок 2

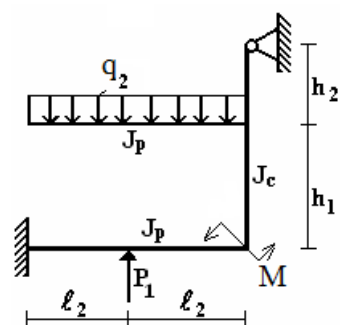


Рисунок 3

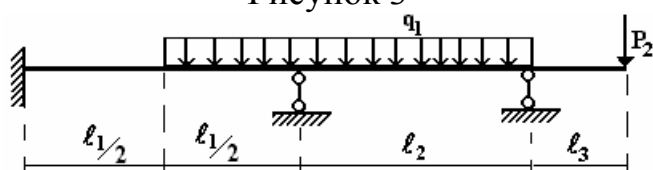


Рисунок 4

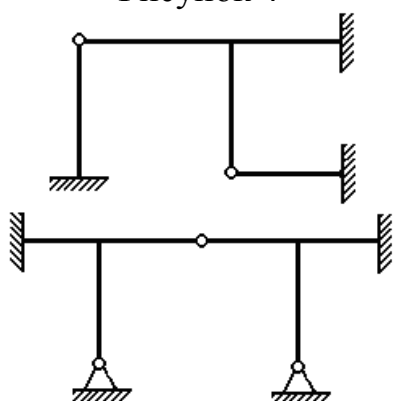


Рисунок 5

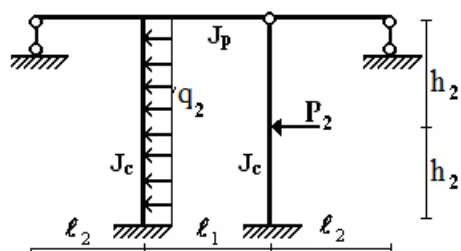
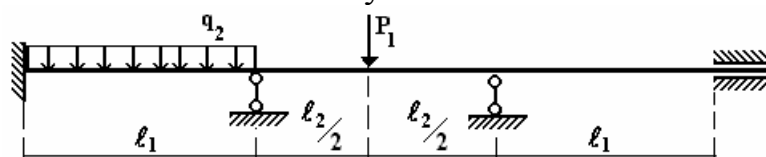


Рисунок 6



Вариант №3

Рисунок 1

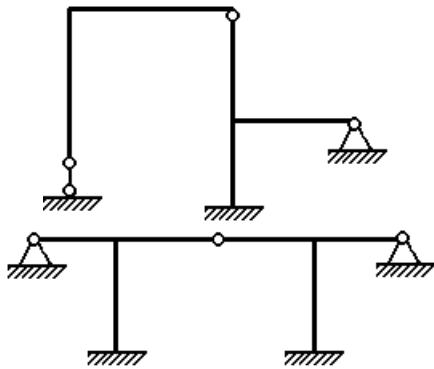


Рисунок 2

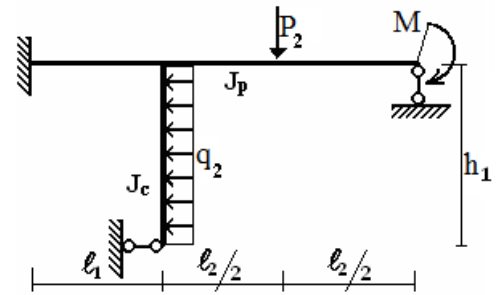


Рисунок 3

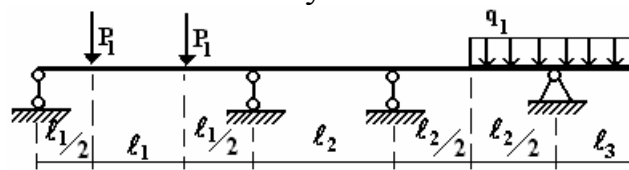


Рисунок 4

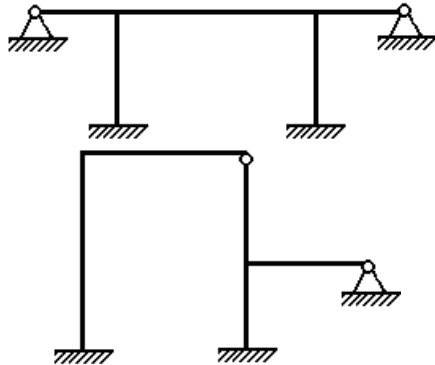


Рисунок 5

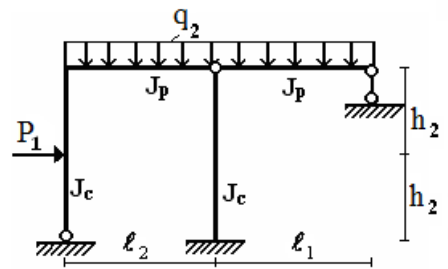
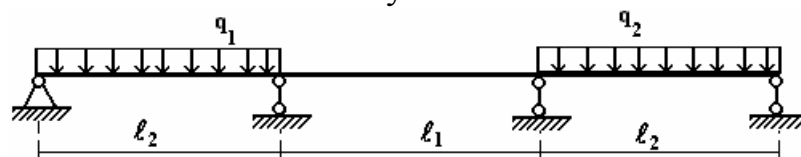


Рисунок 6



Вариант №4.

Рисунок 1

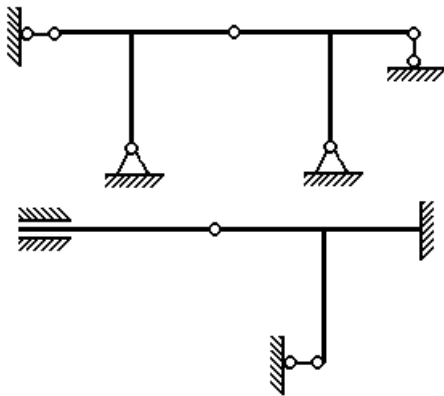


Рисунок 2

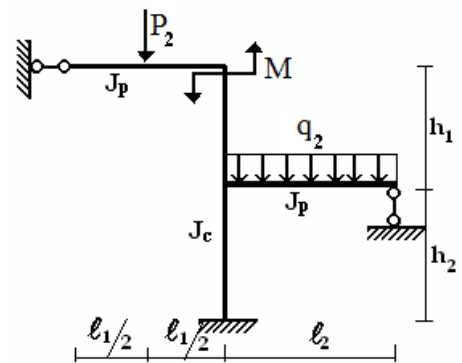


Рисунок 3

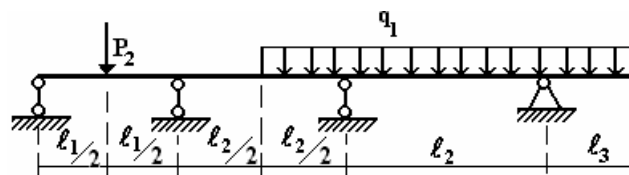


Рисунок 4

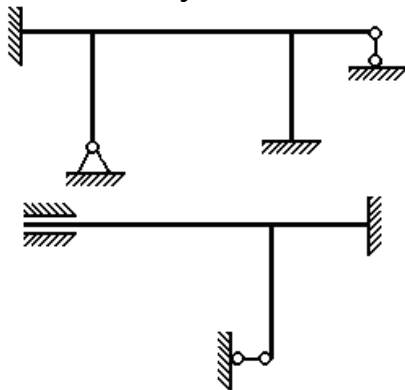


Рисунок 5

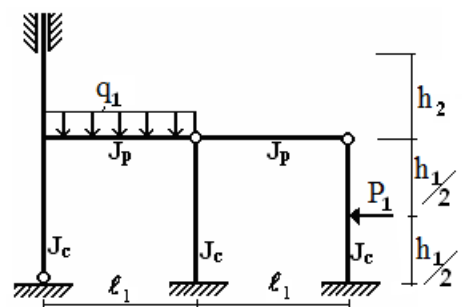
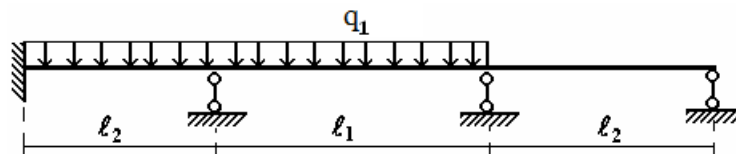


Рисунок 6



Вариант №5

Рисунок 1

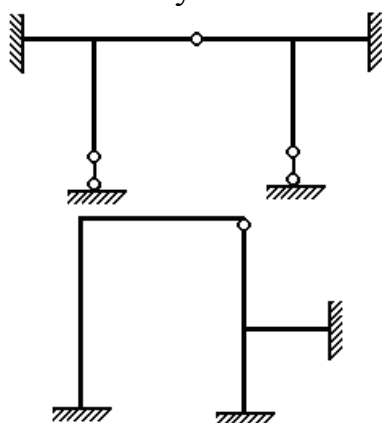


Рисунок 2

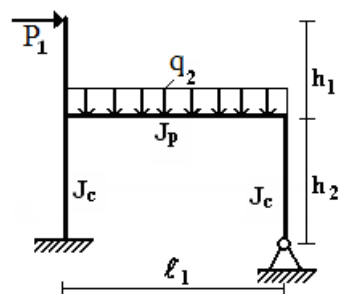


Рисунок 3

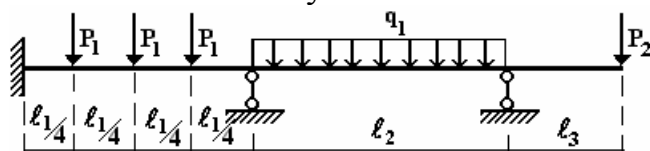


Рисунок 4

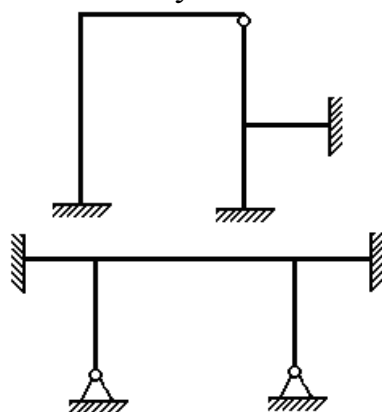


Рисунок 5

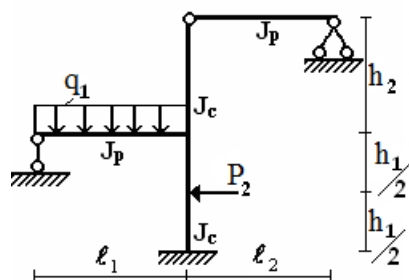
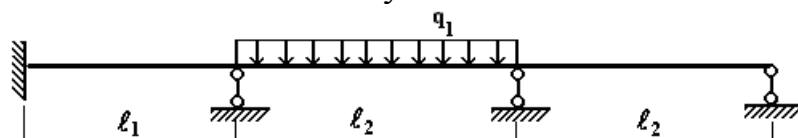


Рисунок 6



Вариант №6

Рисунок 1

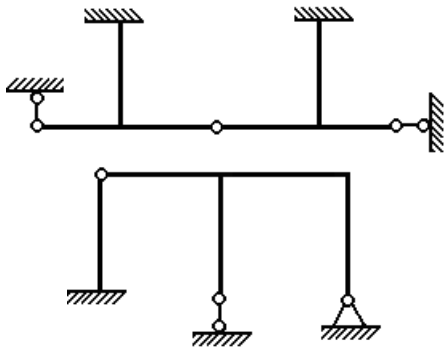


Рисунок 2

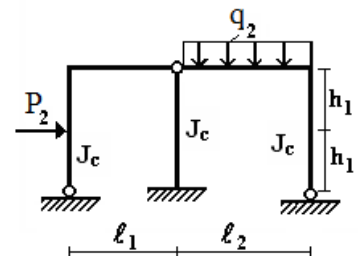


Рисунок 3

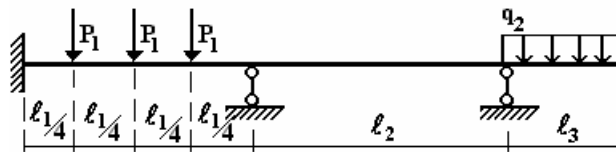


Рисунок 4

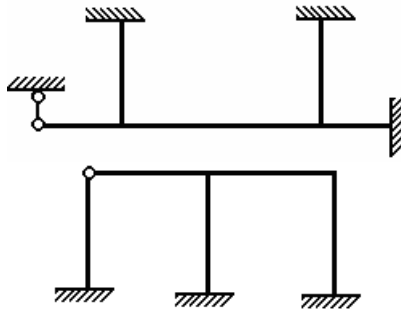


Рисунок 5

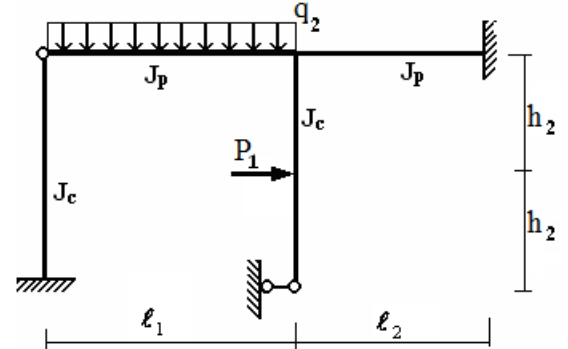
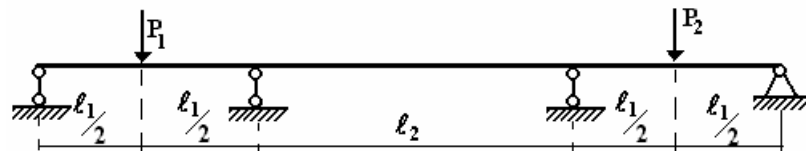


Рисунок 6



Вариант №7

Рисунок 1

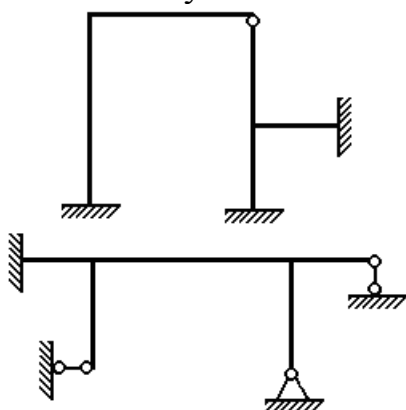


Рисунок 2

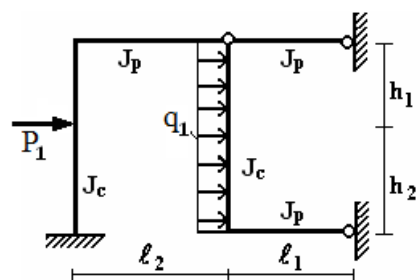


Рисунок 3

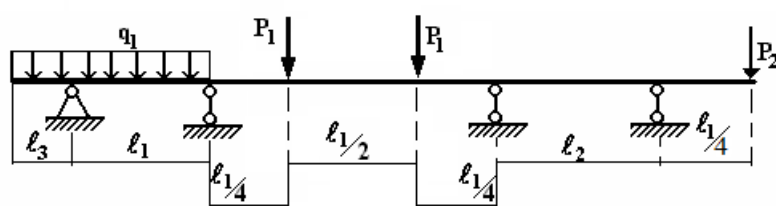


Рисунок 4

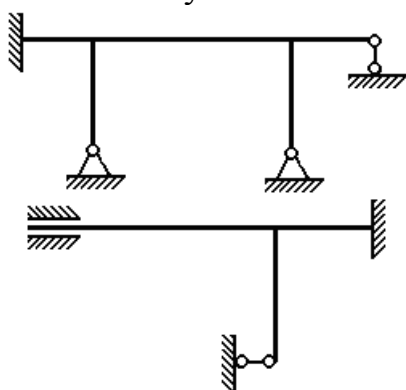


Рисунок 5

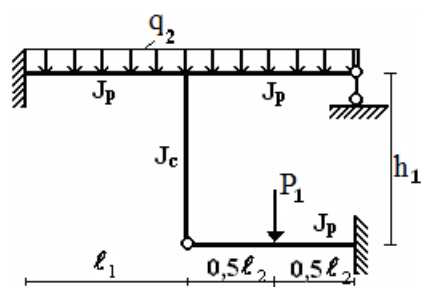
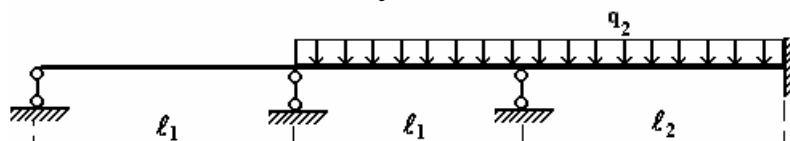


Рисунок 6



Вариант №8

Рисунок 1

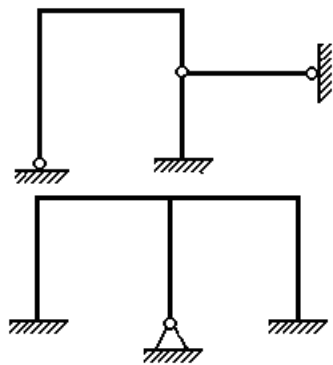


Рисунок 2

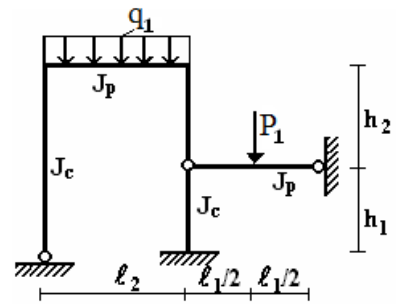


Рисунок 3

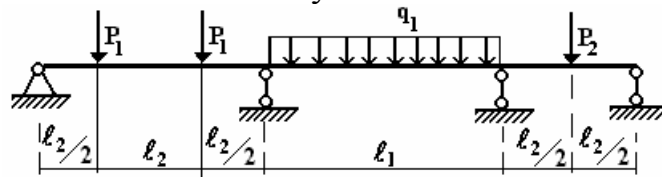


Рисунок 4

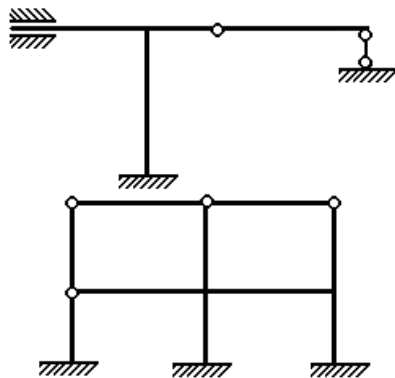


Рисунок 5

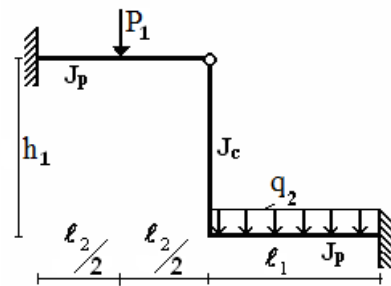
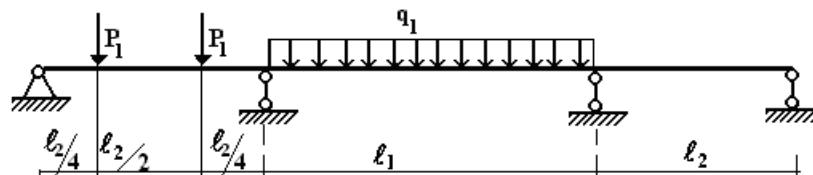


Рисунок 6



Вариант №9

Рисунок 1

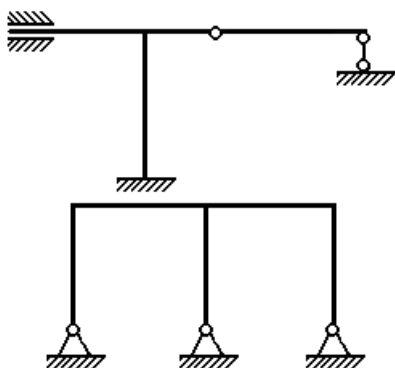


Рисунок 2

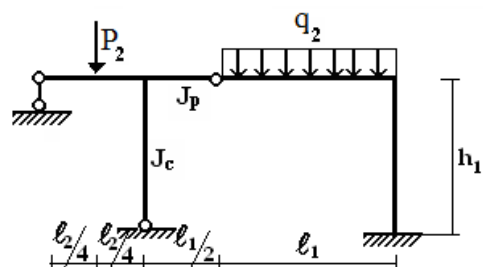


Рисунок 3

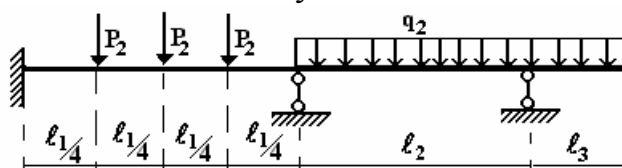


Рисунок 4

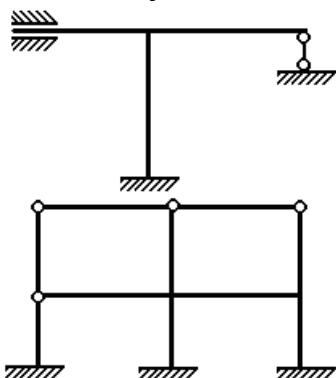


Рисунок 5

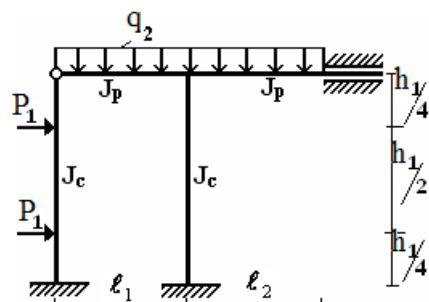
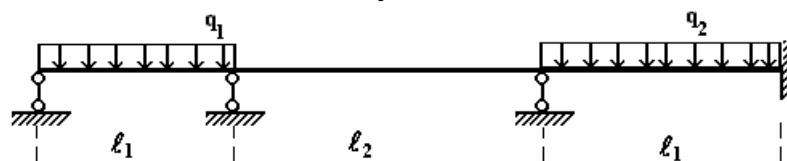


Рисунок 6



Вариант №10

Рисунок 1

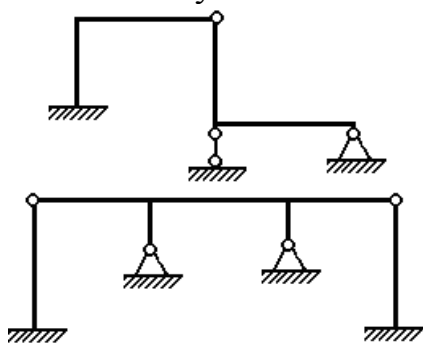


Рисунок 2

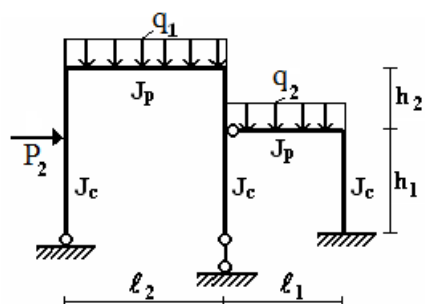


Рисунок 3

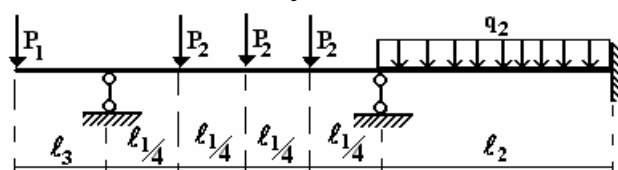


Рисунок 4

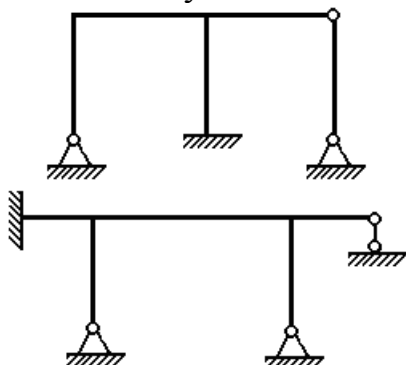


Рисунок 5

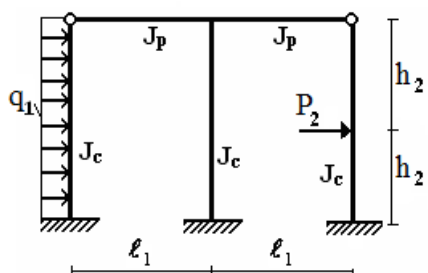
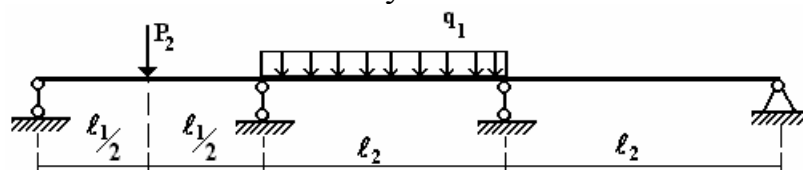


Рисунок 6



Вариант №11

Рисунок 1

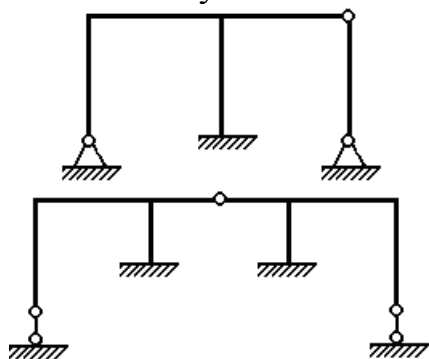


Рисунок 2

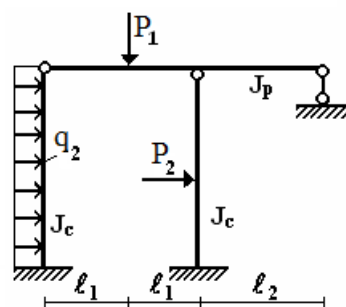


Рисунок 3

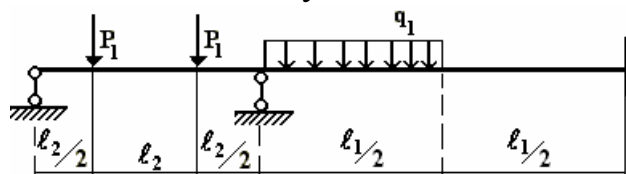


Рисунок 4

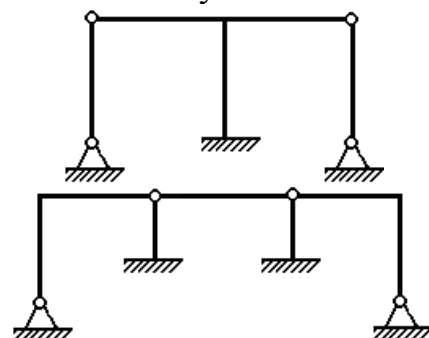


Рисунок 5

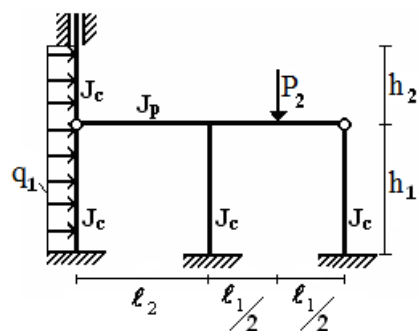
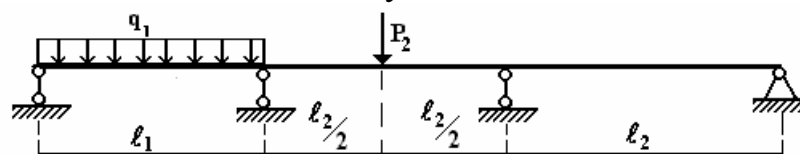


Рисунок 6



Вариант №12

Рисунок 1

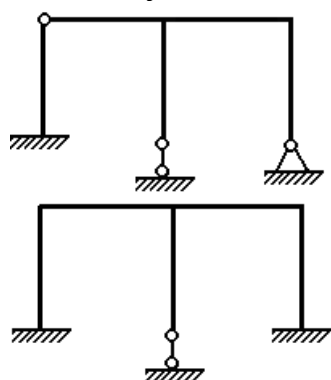


Рисунок 2

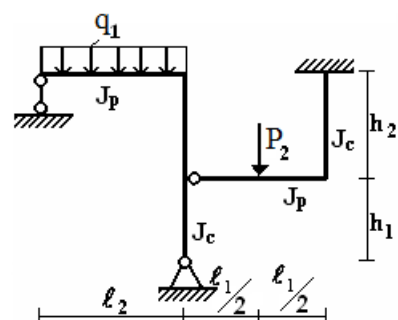


Рисунок 3

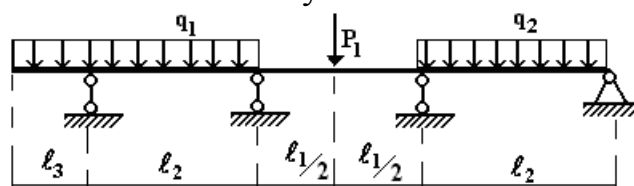


Рисунок 4

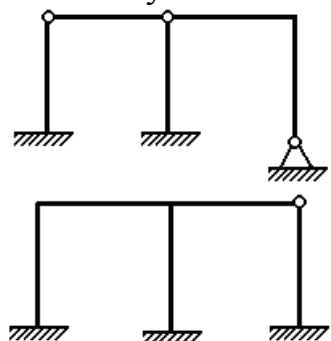


Рисунок 5

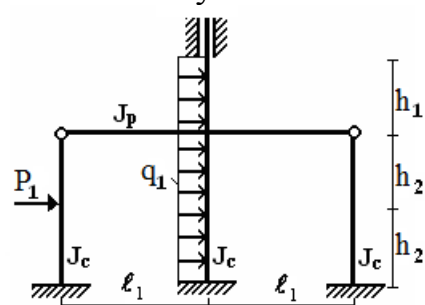
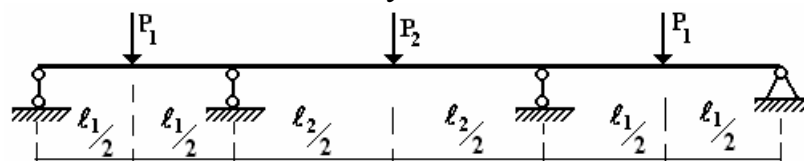


Рисунок 6



Вариант №13

Рисунок 1

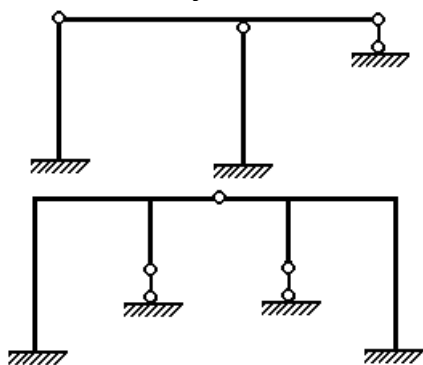


Рисунок 2

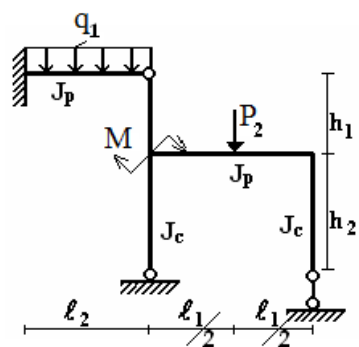


Рисунок 3

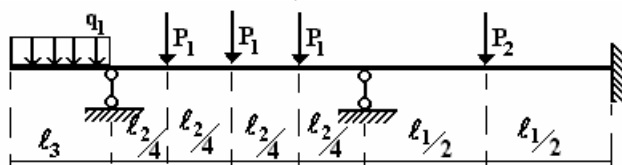


Рисунок 4

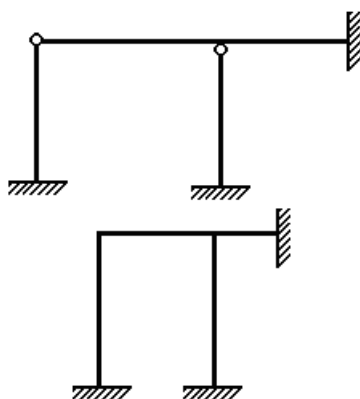


Рисунок 5

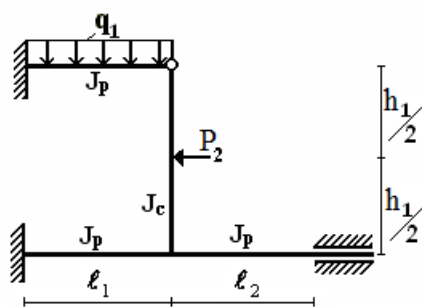
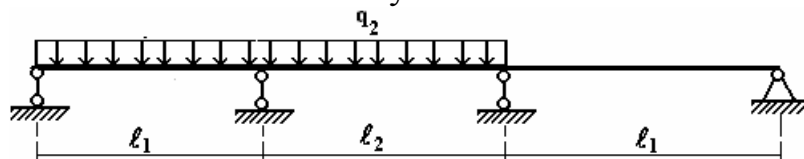


Рисунок 6



Вариант №14

Рисунок 1

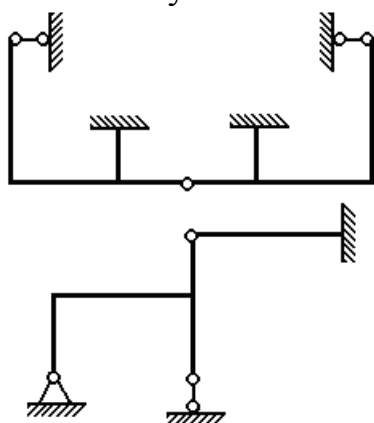


Рисунок 2

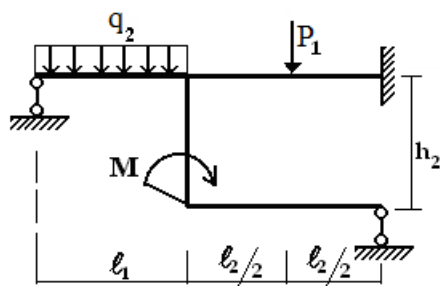


Рисунок 3

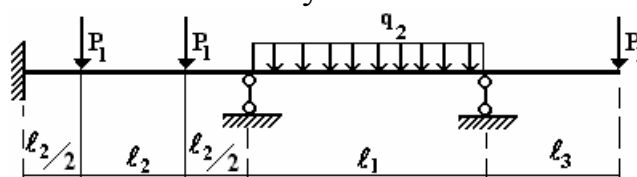


Рисунок 4

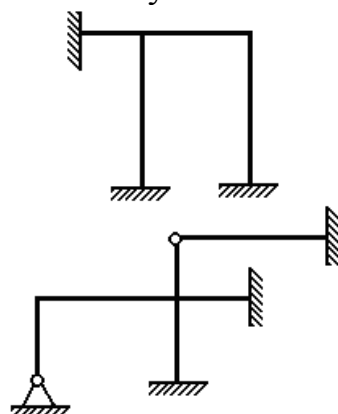


Рисунок 5

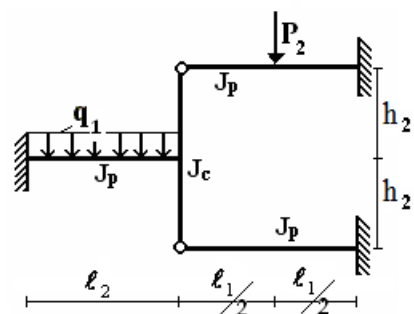
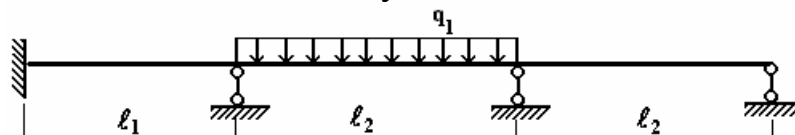


Рисунок 6



Вариант №15

Рисунок 1

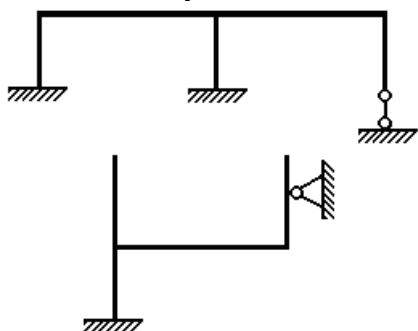


Рисунок 2

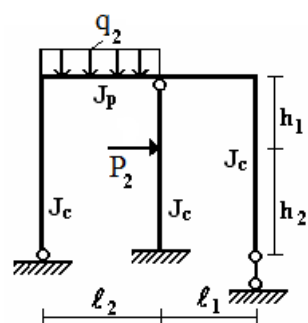


Рисунок 3

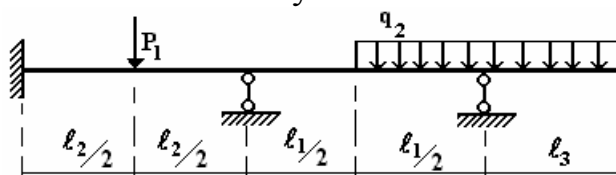


Рисунок 4

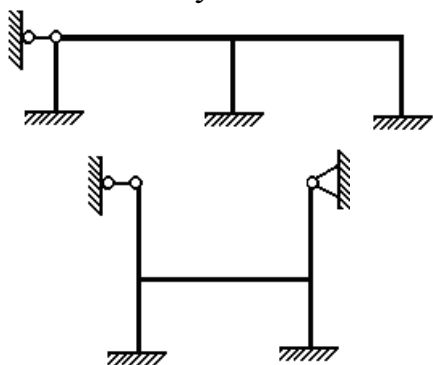


Рисунок 5

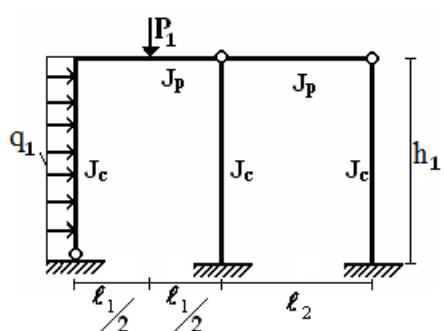
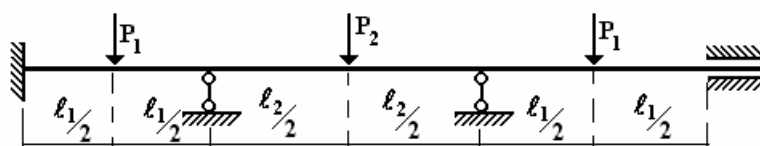


Рисунок 6



Вариант №16

Рисунок 1

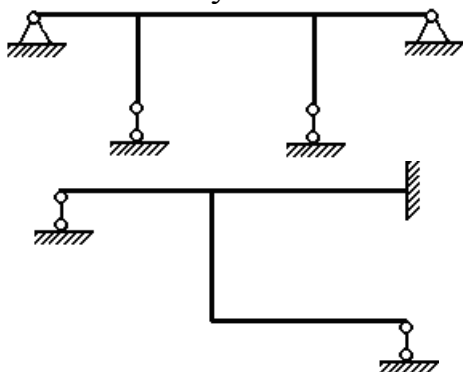


Рисунок 2

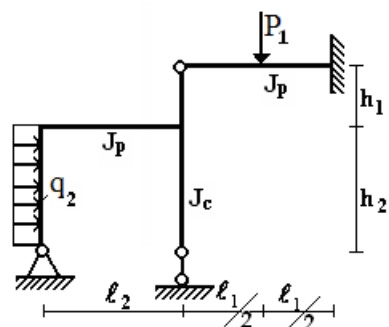


Рисунок 3

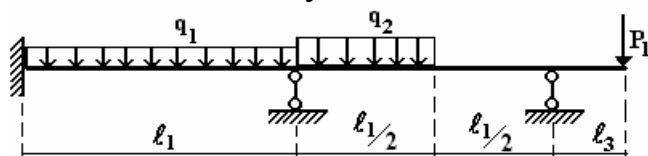


Рисунок 4

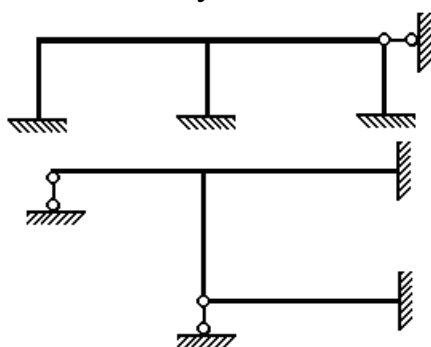


Рисунок 5

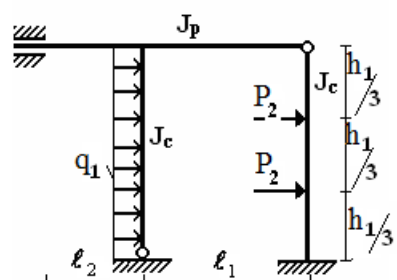
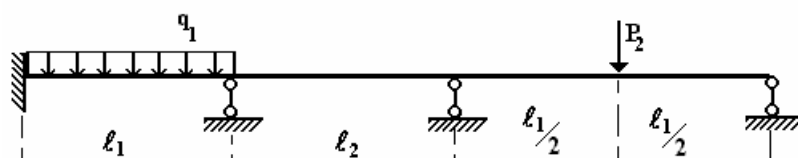


Рисунок 6



Вариант №17

Рисунок 1

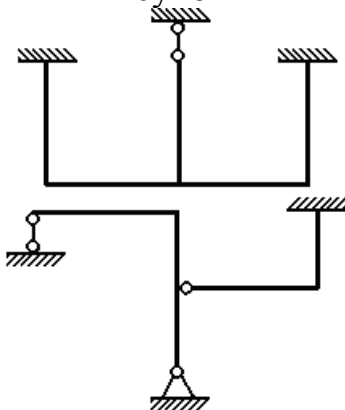


Рисунок 2

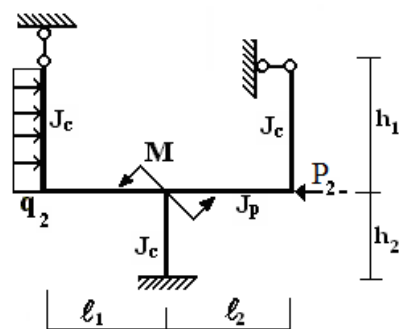


Рисунок 3

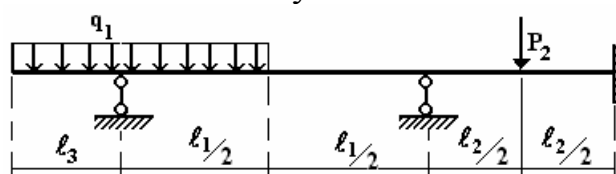


Рисунок 4

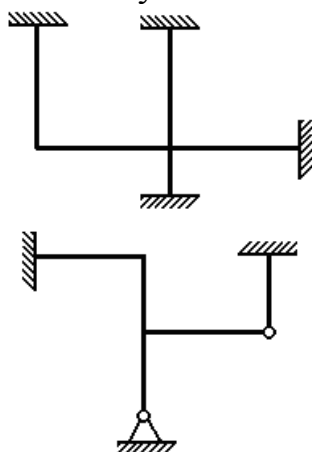


Рисунок 5

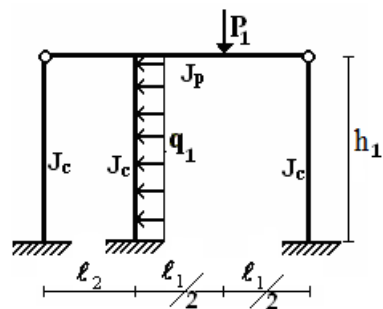
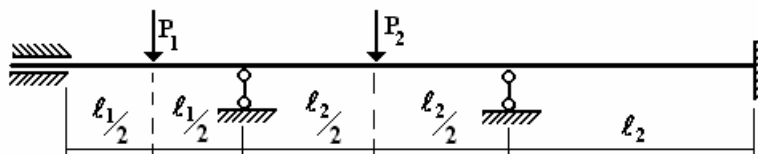


Рисунок 6



Вариант №18.

Рисунок 1

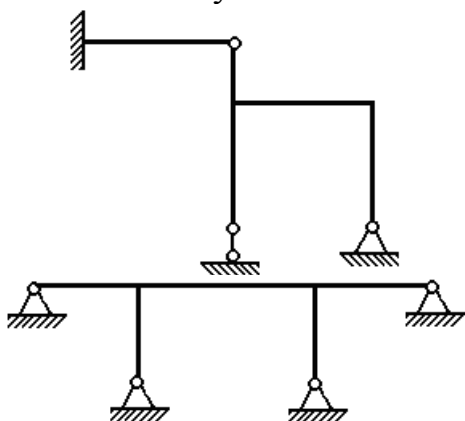


Рисунок 2

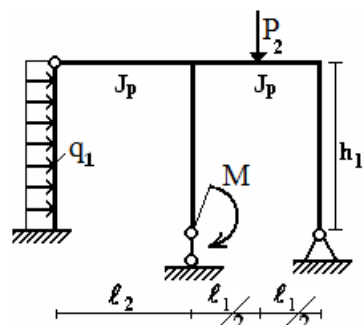


Рисунок 3

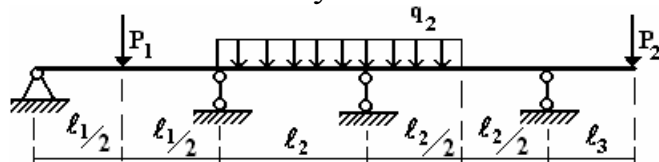


Рисунок 4

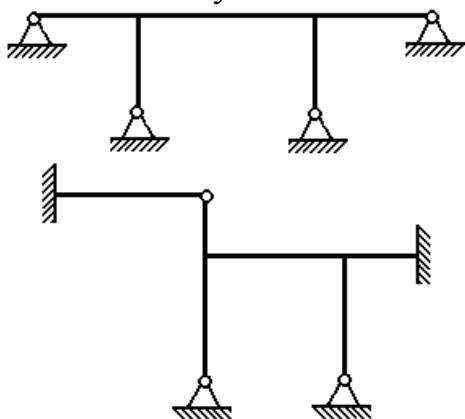


Рисунок 5

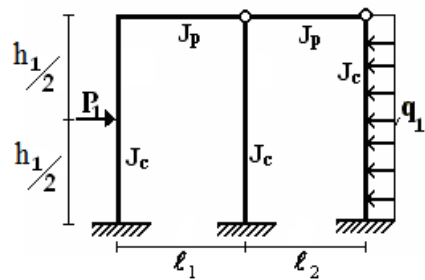
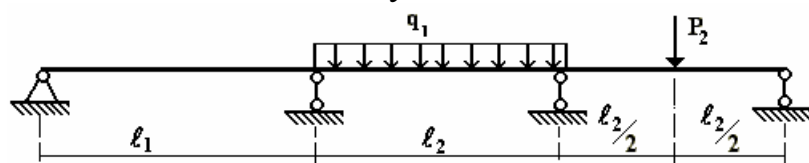


Рисунок 6



Вариант №19

Рисунок 1

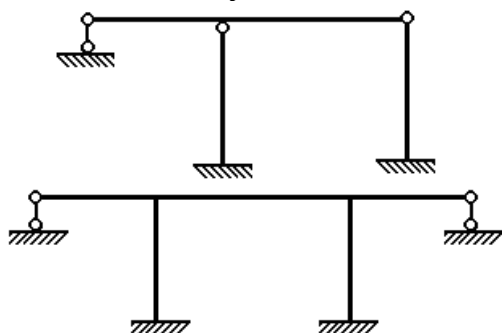


Рисунок 2

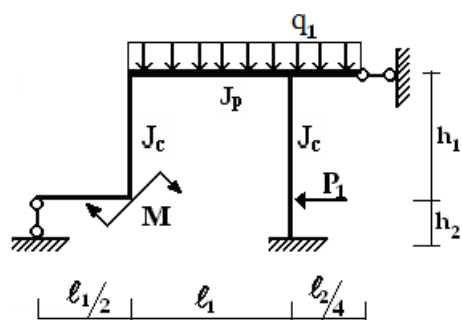


Рисунок 3

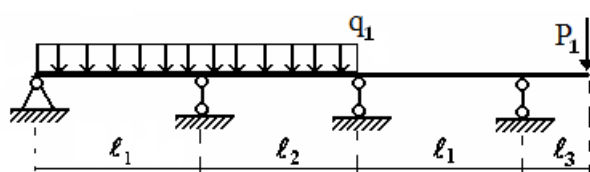


Рисунок 4

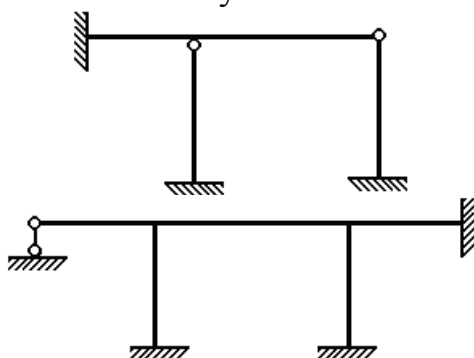


Рисунок 5

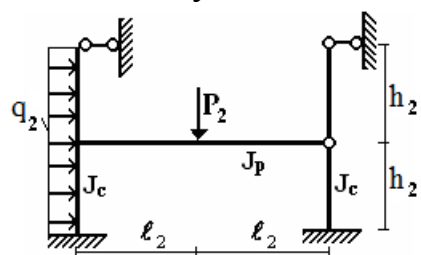
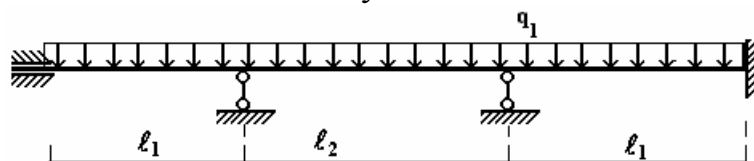


Рисунок 6



Вариант №20

Рисунок 1

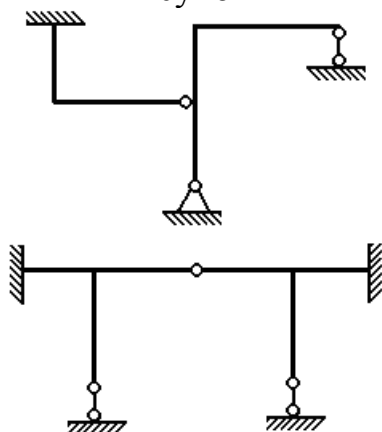


Рисунок 2

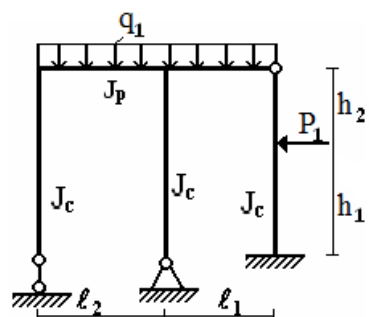


Рисунок 3

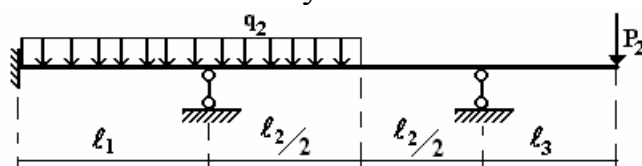


Рисунок 4

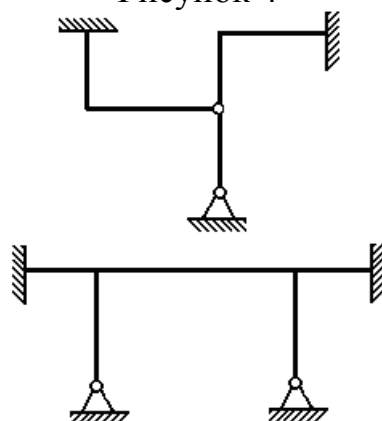


Рисунок 5

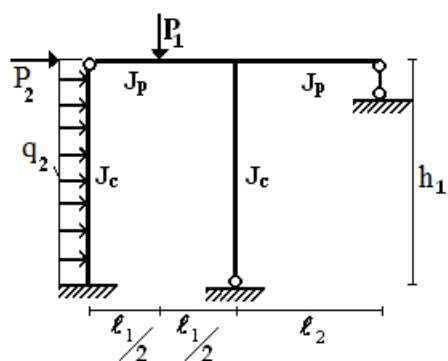
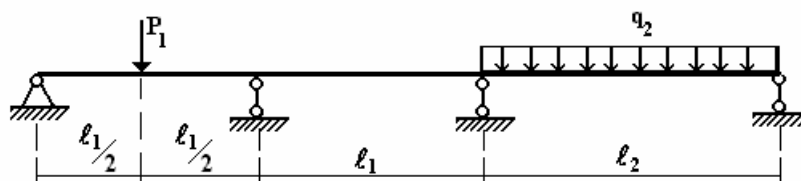
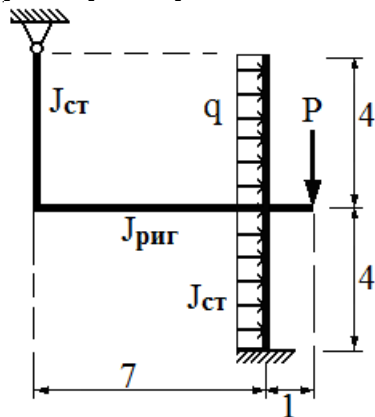


Рисунок 6



Пример №1 расчёта статически неопределимой рамы методом сил



Дано:

$$P = 8 \text{ кН}$$

$$q = 6 \text{ кН / м}$$

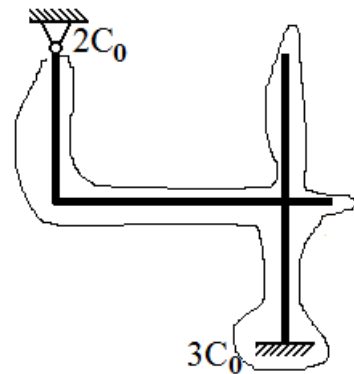
$$\frac{J_{\text{риг}}}{J_{\text{ст}}} = \frac{3}{2} \Rightarrow J_{\text{риг}} = 1,5 \cdot J_{\text{ст}}$$

Построить эпюры внутренних усилий.

Решение.

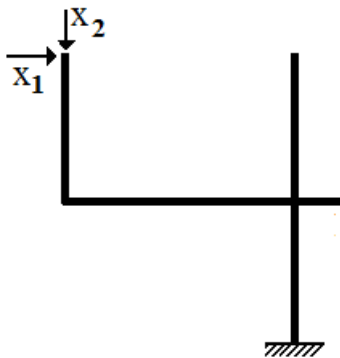
1. Определим количество «лишних» связей:

$W = 3 \cdot Д - 2 \cdot Ш - C_0 = 3 \cdot 1 - 2 \cdot 0 - 5 = -2$,
Д- диск один, Ш- внутренних шарниров нет, в жёсткой заделке три опорных стержня, шарнирно неподвижной опоре два.

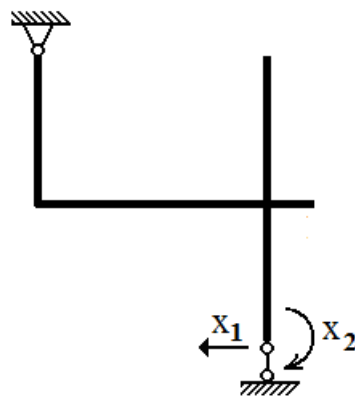


2. Выберем основную систему (раму у которой нет «лишних» связей и она не механизм)

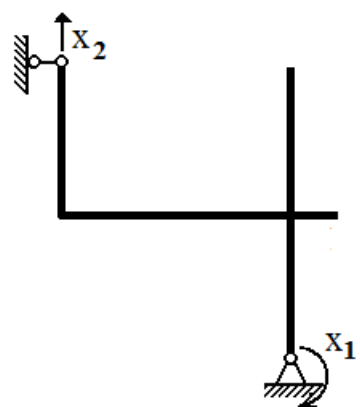
а)



б)

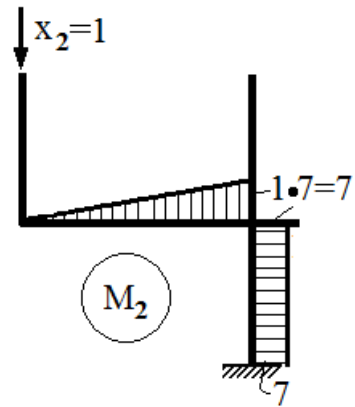
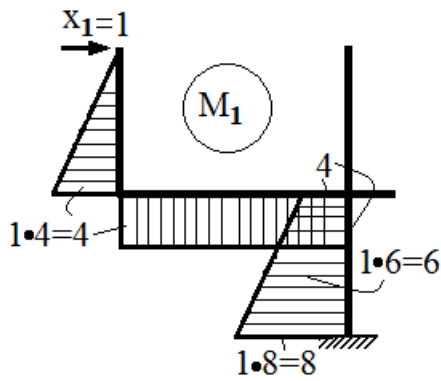


в)

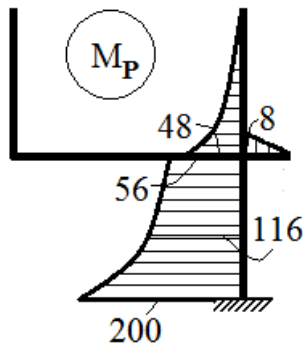


Основных систем можно выбрать много, но чем проще система, тем проще расчёт, а т.к. рама на жёсткой заделке не требует определение опорных реакций. Эпюры можно построить, двигаясь со свободного конца рамы к заделке, то за основную систему примем раму с Рисунка а).

3. Построим единичные эпюры:



4. Грузовая эпюра:



Рассчитаем внутренние усилия от внешней нагрузки по характерным точкам.

$$P \cdot 1 = 8 \text{ кН} \cdot \text{м} \text{ (верх вол)}$$

$$q \cdot 4 \cdot 2 = 6 \cdot 8 = 48 \text{ кН} \cdot \text{м} \text{ (лев вол)}$$

$$P \cdot 1 + q \cdot 4 \cdot 2 = 8 + 48 = 56 \text{ кН} \cdot \text{м} \text{ (лев вол)}$$

$$P \cdot 1 + q \cdot 6 \cdot 3 = 8 + 6 \cdot 18 = 116 \text{ кН} \cdot \text{м} \text{ (лев вол)}$$

$$P \cdot 1 + q \cdot 8 \cdot 4 = 8 + 6 \cdot 32 = 200 \text{ кН} \cdot \text{м} \text{ (лев вол)}$$

5. Составим каноническую систему:

$$\begin{cases} \delta_{11} \cdot x_1 + \delta_{12} \cdot x_2 + \Delta_{1p} = 0 \\ \delta_{21} \cdot x_1 + \delta_{22} \cdot x_2 + \Delta_{2p} = 0 \end{cases}$$

Определим коэффициенты канонической системы:

$$\delta_{11} = \int \frac{\overline{M}_1 \cdot \overline{M}_1}{EJ} dx = \frac{4}{6 EJ} (2 \cdot 4 \cdot 4) + \frac{7}{6 E \cdot 1.5 J} (6 \cdot 4 \cdot 4) + \frac{4}{6 EJ} (4 \cdot 4 + 4 \cdot 6 \cdot 6 + 8 \cdot 8) = \frac{1472}{6 EJ},$$

Согласно теореме взаимности перемещения, коэффициенты $\delta_{12} = \delta_{21}$.

$$\delta_{12} = \delta_{21} = \int \frac{\overline{M}_1 \cdot \overline{M}_2}{EJ} dx = \frac{7}{6 E \cdot 1.5 J} (-2 \cdot 4 \cdot 7 - 7 \cdot 4) + \frac{4}{6 EJ} (-7 \cdot 4 - 4 \cdot 7 \cdot 6 - 8 \cdot 7) = \frac{-1400}{6 EJ},$$

$$\delta_{22} = \int \frac{\overline{M}_2 \cdot \overline{M}_2}{EJ} dx = \frac{7}{6 E \cdot 1.5 J} (2 \cdot 7 \cdot 7) + \frac{4}{6 EJ} (6 \cdot 7 \cdot 7) = \frac{1633,333}{6 EJ},$$

$$\Delta_{1p} = \int \frac{\overline{M}_1 \cdot \overline{M}_p}{EJ} dx = \frac{4}{6 EJ} (4 \cdot 56 + 4 \cdot 116 \cdot 6 + 200 \cdot 8) = \frac{18432}{6 EJ},$$

$$\Delta_{2p} = \int \frac{\overline{M}_2 \cdot \overline{M}_p}{EJ} dx = \frac{-4}{6 EJ} (7 \cdot 56 + 4 \cdot 7 \cdot 116 + 7 \cdot 200) = \frac{-20160}{6 EJ}.$$

Подставим коэффициенты в систему и определим значения x_1 , x_2 , учитывая

что на общий множитель $\frac{1}{6 EJ}$ можно сократить.

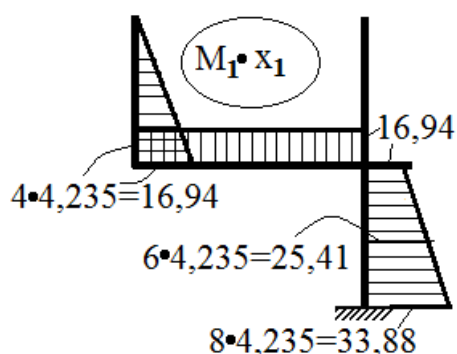
$$\begin{cases} 1472 \cdot x_1 - 1400 \cdot x_2 + 18432 = 0 \\ -1400 \cdot x_1 + 1633,333 \cdot x_2 - 20160 = 0 \end{cases} \begin{array}{l} \div 1472 \\ \div 1400 \end{array}$$

$$\begin{cases} x_1 - 0,95109 \cdot x_2 = -12,5217 \\ -x_1 + 1,1667 \cdot x_2 = 14,4 \end{cases}$$

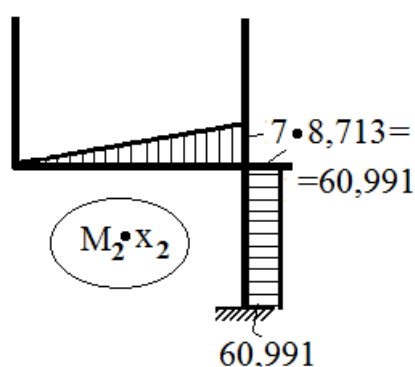
$$x_2 = 8,713, \quad x_1 = -4,235.$$

6. Ординаты единичных эпюр исправим на фактические значения x_1, x_2 .

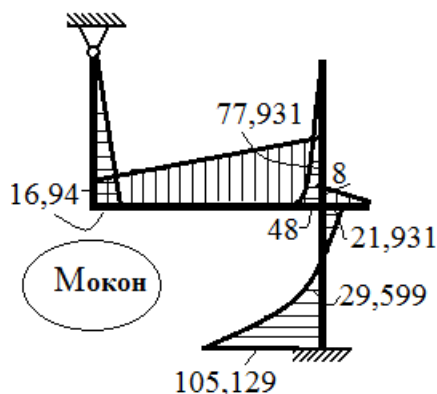
Т.к. значение $x_1 < 0$, то единичную эпюру необходимо перевернуть на другую сторону стержня.



Т.к. значение $x_2 > 0$, то ординаты единичной эпюры просто домножаем на величину $x_2 = 8,713$.



7. Построим **окончательную эпюру** $M_{окон} = \overline{M}_1 \cdot x_1 + \overline{M}_2 \cdot x_2 + M_p$



Для её построения складываем ординаты исправленных единичных эпюр и грузовой эпюры, с учётом их положения. Если они расположены по разные стороны от линии стержня, то вычитаем, откладывая со стороны большего значения.

$$16,94 + 60,991 = 77,931$$

$$16,94 + 60,991 - 56 = 21,931$$

$$116 - 60,991 - 25,41 = 29,599$$

$$200 - 60,991 - 33,88 = 105,129$$

Поперечные силы.

Для линейных эпюр: $Q = \frac{dM}{dx} = \pm \operatorname{tg} \alpha$,

где α - угол наклона эпюры моментов к стержню. Знак определяем следующим образом, если совмещение стержня с границей эпюры на угол меньший 90° происходит по часовой стрелке, то знак «+», против часовой стрелки, то «-».

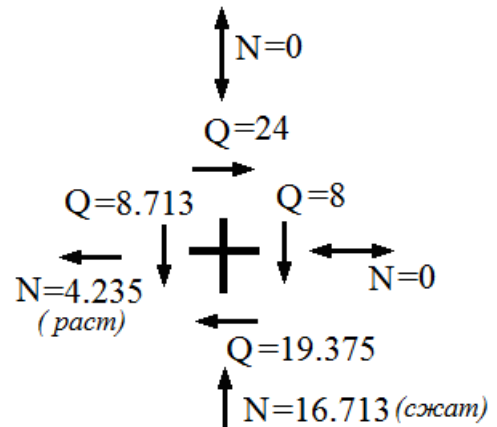
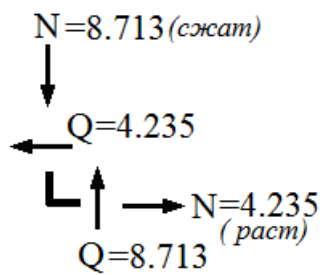
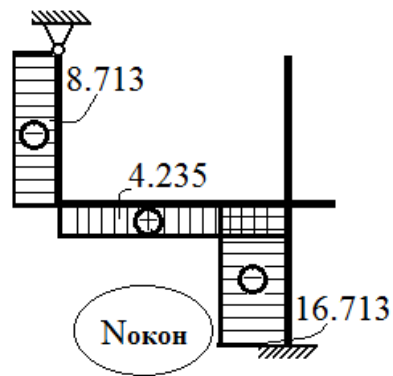
Для параболических эпюр: $Q = \pm \frac{q \cdot \ell}{2} + \frac{M_{\text{прав}} - M_{\text{лев}}}{\ell}$, где $M_{\text{прав}}$ и $M_{\text{лев}}$

правый и левый моменты, снятые с эпюры, взятые с соответствующими знаками. Если момент растягивает верхние волокна, то знак минус, нижние плюс. При этом надо смотреть на стержень рамы таким образом, чтобы распределенная нагрузка была направлена сверху вниз.

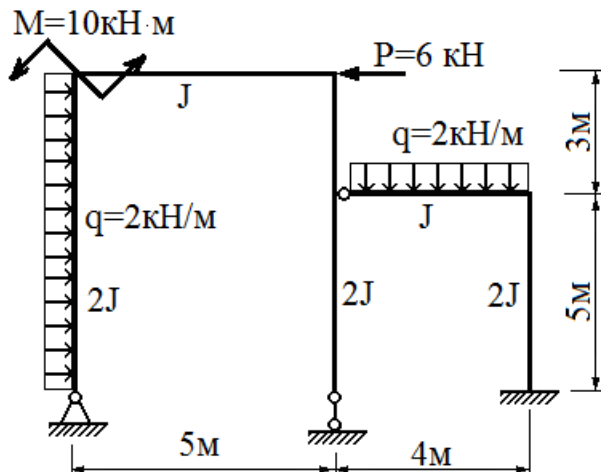
		$Q = \operatorname{tg} \alpha = -\frac{16,94}{4} = -4,235 \text{ кН}$
		$Q = \operatorname{tg} \alpha = -\left(\frac{77,931 - 16,94}{7}\right) = -8,713 \text{ кН}$
		$Q = \operatorname{tg} \alpha = \frac{8}{1} = 8 \text{ кН}$
		$Q_{6-B} = \pm \frac{q \cdot \ell}{2} + \frac{M_{\text{прав}} - M_{\text{лев}}}{\ell} = \pm \frac{6 \cdot 4}{2} + \frac{0 - (-48)}{4} = \pm 12 + 12 =$ $= \begin{cases} +12 + 12 = 24 \text{ (лев)} \\ -12 + 12 = 0 \text{ (прав)} \end{cases}$
		$Q = \pm \frac{6 \cdot 4}{2} + \frac{21,931 - (-105,129)}{4} = \pm 12 + 31,765 =$ $= \begin{cases} +12 + 31,765 = 43,765 \text{ (лев)} \\ -12 + 31,765 = 19,765 \text{ (прав)} \end{cases}$

Построение эпюры продольных сил по эпюре поперечных сил способом вырезания узлов, ранее найденные поперечные силы направляем с учетом знака (положительные поперечные силы должны обломить стержня, относительно узла вращать по ходу часовой стрелки). Продольные усилия направляем, таким образом, чтобы система сил была уравновешенной. Стержни, к которым не приложена продольная нагрузка, не имеющие опор компенсирующих действие продольной силы имеют нулевые эпюры.

Продольные усилия.



Пример №2 расчёта статически неопределимой рамы методом сил.



Дано:

$$P = 6 \text{ кН} , \quad M = 10 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$q = 2 \text{ кН} / \text{м}$$

$$\frac{J_{\text{пиг}}}{J_{\text{ст}}} = \frac{1}{2} \Rightarrow J_{\text{пиг}} = 2 \cdot J_{\text{ст}}$$

Построить эпюры внутренних усилий.

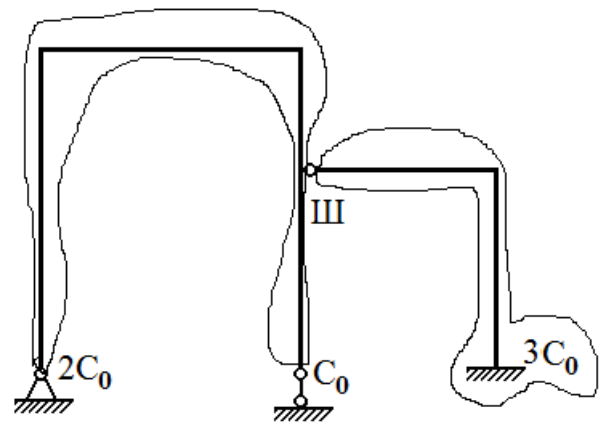
Решение.

1. Определим количество
«лишних» связей:

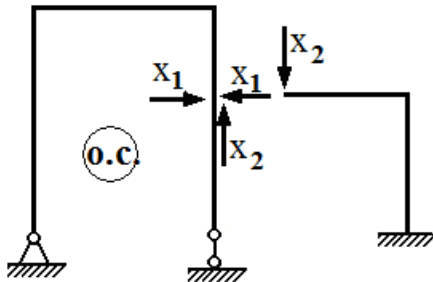
$$W = 3 \cdot D - 2 \cdot Ш - C_0 =$$

$$= 3 \cdot 2 - 2 \cdot 1 - 6 = -2 ,$$

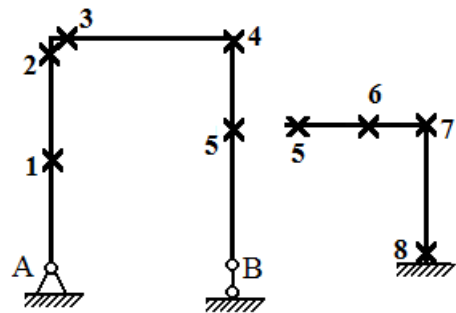
Д- диска два, Ш- внутренний шарнир один, в жёсткая заделка эквивалентна трём опорным стержням, шарнирно неподвижной опоре два, шарнирно подвижной один.



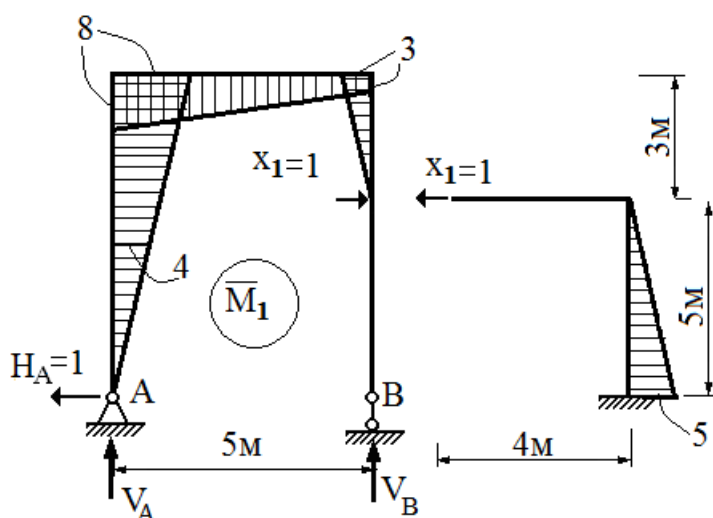
2. Выберем **основную систему** (раму у которой нет «лишних» связей и она не является механизмом). Чем проще основная система, тем проще расчёт, так как у рамы имеется шесть опорных стержней, то рациональнее разделить раму на две простейших, каждая из которых статически определимая и не является механизмом.



Отметим характерные точки на основной системе.



3. Построим единичные эпюры от $x_1 = 1$ и $x_2 = 1$ без учёта внешней нагрузки:



Рассмотрим левую часть конструкции, т.к. на ригеле нет внешней нагрузки, то нет необходимости определения вертикальных реакций.

$$\sum X = 0$$

$$- H_A + x_1 = 0$$

$$H_A = 1$$

Найдём значения моментов в характерных точках.

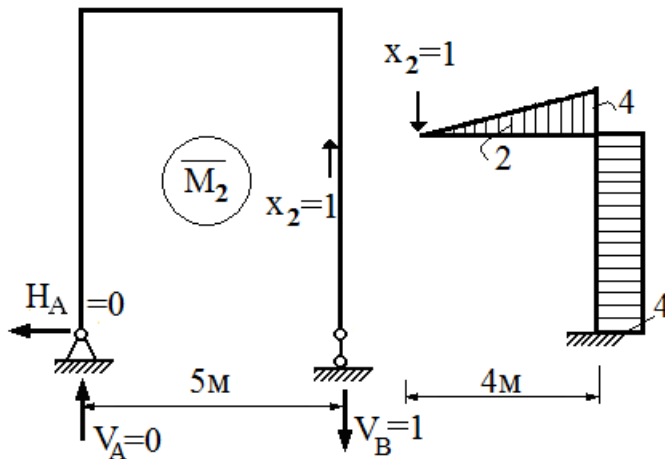
$$M_1 = H_A \cdot 4 = 4 \text{ (растянуты правые волокна);}$$

$$M_2 = H_A \cdot 8 = 8 \text{ (растянуты правые волокна на стойке);}$$

$M_3 = H_A \cdot 8 = 8$ (нижние волокна на ригеле);

$M_5 = 0$; $M_4 = -x_1 \cdot 3 = -3$ (левые волокна стойки и нижние ригеля);

$M_6 = 0$; $M_7 = 0$; $M_5 = -x_1 \cdot 5 = -5$ (растянуты правые волокна).



Опорные реакции при $x_2 = 1$.

Левая часть рамы:

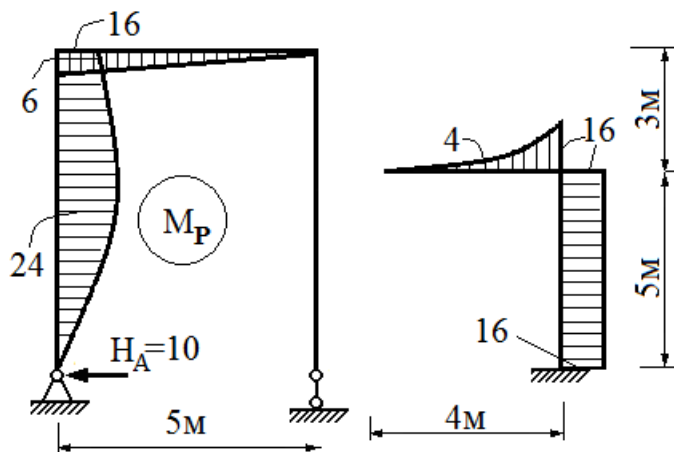
$$\begin{aligned} \sum X &= 0 \\ -H_A &= 0 \\ \sum M_A &= 0 \\ V_B \cdot 5 - x_2 \cdot 5 &= 0 \\ V_B &= 1 \\ \sum Y &= 0 \\ V_A - V_B + x_2 &= 0 \\ V_A &= 0 \end{aligned}$$

$M_A = M_1 = M_2 = M_3 = M_4 = M_5 = 0$;

$M_6 = -x_2 \cdot 2 = -2$ (растянуты верхние волокна ригеля);

$M_7 = M_8 = -x_2 \cdot 4 = -4$ (растянуты верхние волокна ригеля, правые волокна стойки);

4. Грузовая эпюра, при этом считаем, что $x_1 = 0$ и $x_2 = 0$:



Опорные реакции: $\sum X = 0$

$$q \cdot 8 - P - H_A = 0$$

$$H_A = 2 \cdot 8 - 6 = 10$$

Рассчитаем внутренние усилия от внешней нагрузки по характерным точкам:

$$\begin{aligned} M_1 &= H_A \cdot 4 - q \cdot 4 \cdot 2 = \\ &= 10 \cdot 4 - 2 \cdot 8 = 24 \end{aligned}$$

(растянуты правые волокна)

$M_2 = H_A \cdot 8 - q \cdot 8 \cdot 4 = 10 \cdot 8 - 2 \cdot 32 = 24$ (растянуты правые волокна)

$M_3 = H_A \cdot 8 - q \cdot 8 \cdot 4 - M = 6$ (растянуты нижние волокна ригеля);

$M_4 = M_5 = 0$; $M_6 = -q \cdot 2 \cdot 1 = -2 \cdot 2 = -4$ (растянуты верхние волокна ригеля);

$M_7 = M_8 = -q \cdot 4 \cdot 2 = -2 \cdot 8 = -16$ (верхние волокна ригеля, правые стойки).

5. Составим каноническую систему:

$$\begin{cases} \delta_{11} \cdot x_1 + \delta_{12} \cdot x_2 + \Delta_{1p} = 0 \\ \delta_{21} \cdot x_1 + \delta_{22} \cdot x_2 + \Delta_{2p} = 0 \end{cases}$$

Определим коэффициенты канонической системы:

$$\delta_{11} = \int \frac{\overline{M}_1 \cdot \overline{M}_1}{EJ} dx = \frac{8}{6 E \cdot 2 J} (2 \cdot 8 \cdot 8) + \frac{3}{6 E \cdot 2 J} (2 \cdot 3 \cdot 3) + \frac{5}{6 EJ} (2 \cdot 8 \cdot 8 + 2 \cdot 3 \cdot 3 + 8 \cdot 3 \cdot 2) = \frac{1509}{6 EJ},$$

Согласно теореме взаимности перемещения, коэффициенты $\delta_{12} = \delta_{21}$.

$$\delta_{12} = \delta_{21} = \int \frac{\overline{M}_1 \cdot \overline{M}_2}{EJ} dx = \frac{5}{6 E \cdot 2 J} (2 \cdot 4 \cdot 5 + 5 \cdot 4) = \frac{150}{6 EJ},$$

$$\delta_{22} = \int \frac{\overline{M}_2 \cdot \overline{M}_2}{EJ} dx = \frac{4}{6 E \cdot J} (2 \cdot 4 \cdot 4) + \frac{5}{6 E \cdot 2 J} (6 \cdot 4 \cdot 4) = \frac{368}{6 EJ},$$

$$\Delta_{1p} = \int \frac{\overline{M}_1 \cdot M_p}{EJ} dx = \frac{8}{6 E \cdot 2 J} (4 \cdot 4 \cdot 24 + 16 \cdot 8) + \frac{5}{6 EJ} (2 \cdot 6 \cdot 8 + 3 \cdot 6) + \frac{5}{6 E \cdot 2 J} (2 \cdot 5 \cdot 16 + 5 \cdot 16) = \frac{3218}{6 EJ},$$

$$\Delta_{2p} = \int \frac{\overline{M}_2 \cdot M_p}{EJ} dx = \frac{4}{6 EJ} (4 \cdot 4 \cdot 2 + 4 \cdot 16) + \frac{5}{6 E \cdot 2 J} (6 \cdot 16 \cdot 4) = \frac{1344}{6 EJ}.$$

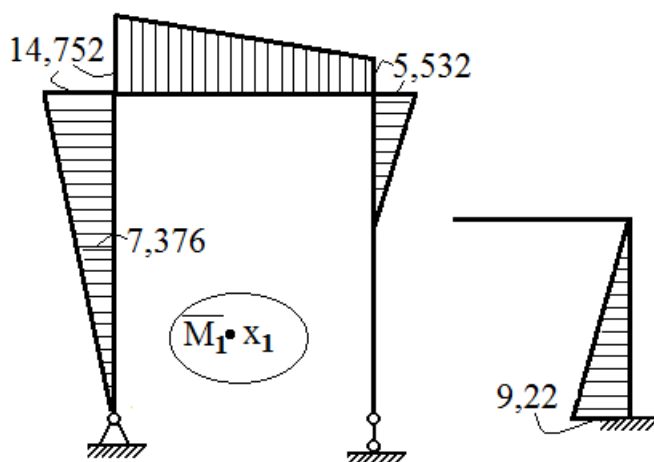
Подставим коэффициенты в систему и определим значения x_1, x_2 , учитывая, что на общий множитель $\frac{1}{6 EJ}$ можно сократить.

$$\begin{cases} 1509 \cdot x_1 + 150 \cdot x_2 + 3218 = 0 \\ 150 \cdot x_1 + 368 \cdot x_2 + 1344 = 0 \end{cases} \cdot 10,06$$

$$\begin{cases} 1509 x_1 + 150 \cdot x_2 = -3218 \\ 1509 x_1 + 3702,08 \cdot x_2 = -13520,64 \\ -3552,08 \cdot x_2 = 10302,64 \end{cases}$$

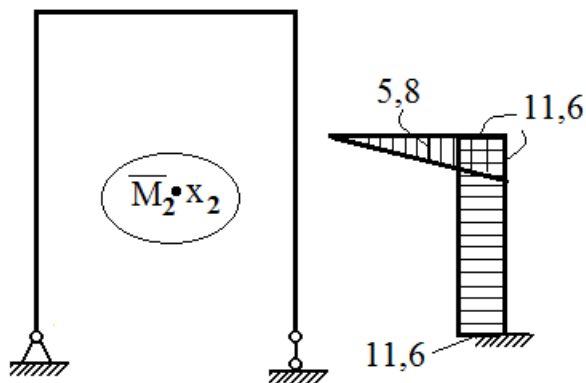
$x_2 = -2,9$, подставим в первое равенство $x_1 = -1,844$.

6. Ординаты единичных эпюр исправим на фактические значения x_1, x_2 .



Т.к. значение $x_1 < 0$, то единичную эпюру необходимо отложить на противоположной стороне стержня и умножить на фактическое значение $x_1 = -1,844$

Например: $M_1 = 4 \cdot 1,844 = 7,376$, $M_8 = 5 \cdot 1,844 = 9,22$ и т.д.



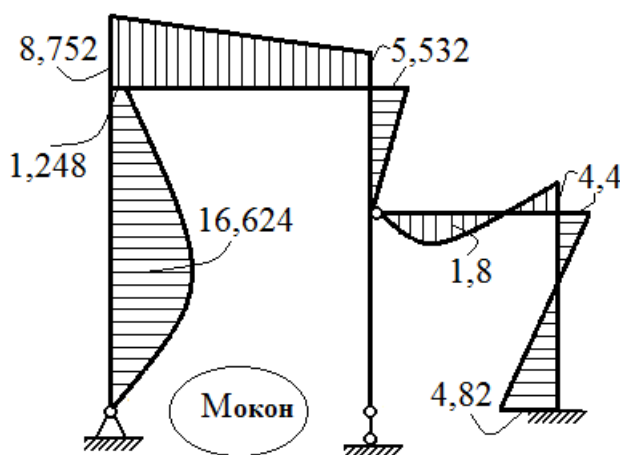
Т.к. значение $x_2 < 0$, то единичную эпюру нужно также отложить на противоположной стороне стержня $x_2 = -2,9$.

$$M_6 = 2 \cdot 2,9 = 5,8,$$

$$M_7 = M_8 = 4 \cdot 2,9 = 11,6$$

7. Построим **окончательную эпюру** изгибающих моментов по формуле:

$$M_{\text{окон}} = \bar{M}_1 \cdot x_1 + \bar{M}_2 \cdot x_2 + M_p$$



Для её построения складываем ординаты исправленных единичных эпюр и грузовой эпюры, с учётом их положения. Если они расположены по разные стороны от линии стержня, то вычитаем, откладывая со стороны большего значения.

$$24 - 7,376 = 16,624, 16 - 14,752 = 1,248$$

$$6 - 14,752 = -8,752$$

$$5,8 - 4 = 1,8, 16 - 11,6 = 4,4$$

$$16 - 11,6 - 9,22 = -4,82$$

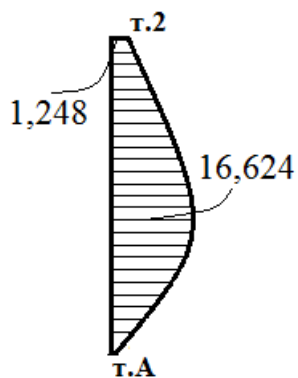
8. Построение **эпюры поперечных сил** по эпюре моментов.

Для линейных эпюр: $Q = \frac{dM}{dx} = \pm \operatorname{tg} \alpha$,

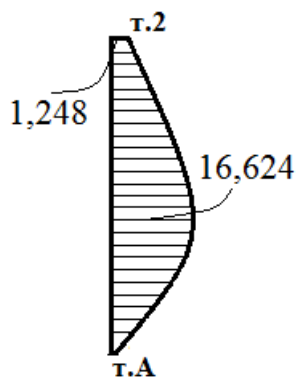
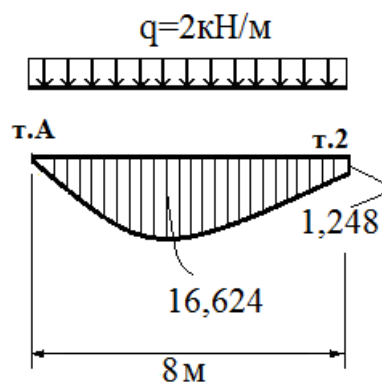
где α - угол наклона эпюры моментов к стержню. Знак определяем следующим образом, если совмещение стержня с границей эпюры на угол меньший 90° происходит по часовой стрелке, то знак поперечной силы «+», против часовой стрелки, то «-».

Для параболических эпюр: $Q = \pm \frac{q \cdot \ell}{2} + \frac{M_{\text{прав}} - M_{\text{лев}}}{\ell}$, где $M_{\text{прав}}$ и $M_{\text{лев}}$

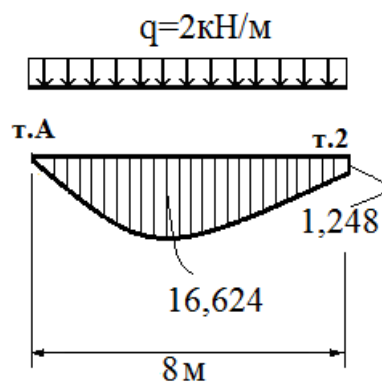
правый и левый моменты, снятые с эпюры, взяты с соответствующими знаками. Если момент растягивает верхние волокна, то знак минус, нижние плюс. При этом надо смотреть на стержень рамы таким образом, чтобы распределенная нагрузка была направлена сверху вниз.



Развернем стержень

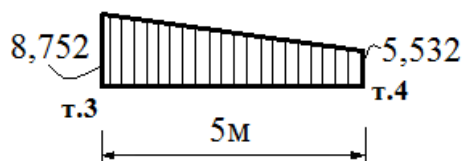


Развернем стержень



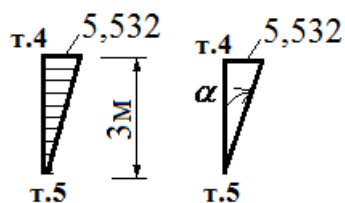
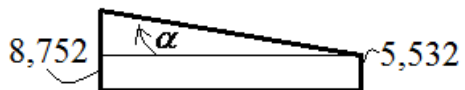
$$Q_{A-2} = \pm \frac{q \cdot \ell}{2} + \frac{M_{\text{прав}} - M_{\text{лев}}}{\ell} = \pm \frac{0 \cdot 8}{2} + \frac{1,248 - 0}{8} = \pm 8 + 0,156 =$$

$$= \begin{cases} + 8 + 0,156 = 8,156 & (\text{левое значение попер. силы т.А}) \\ - 8 + 0,156 = -7,744 & (\text{правое значение попер. силы т.2}) \end{cases}$$



$$Q_{3-4} = \operatorname{tg} \alpha = \frac{8,752 - 5,532}{5} =$$

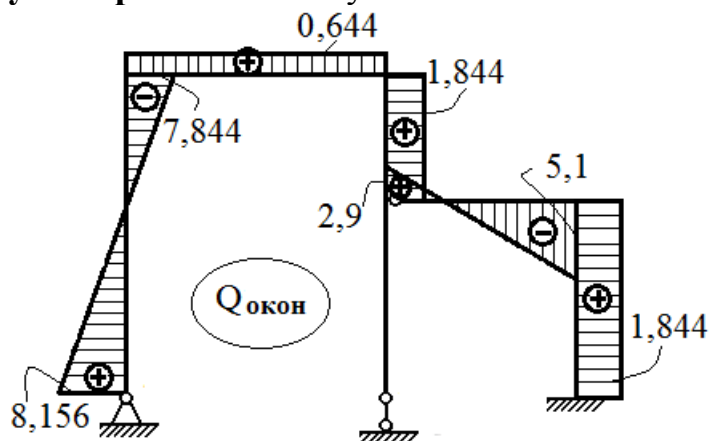
$$= 0,644 \text{ кН}$$



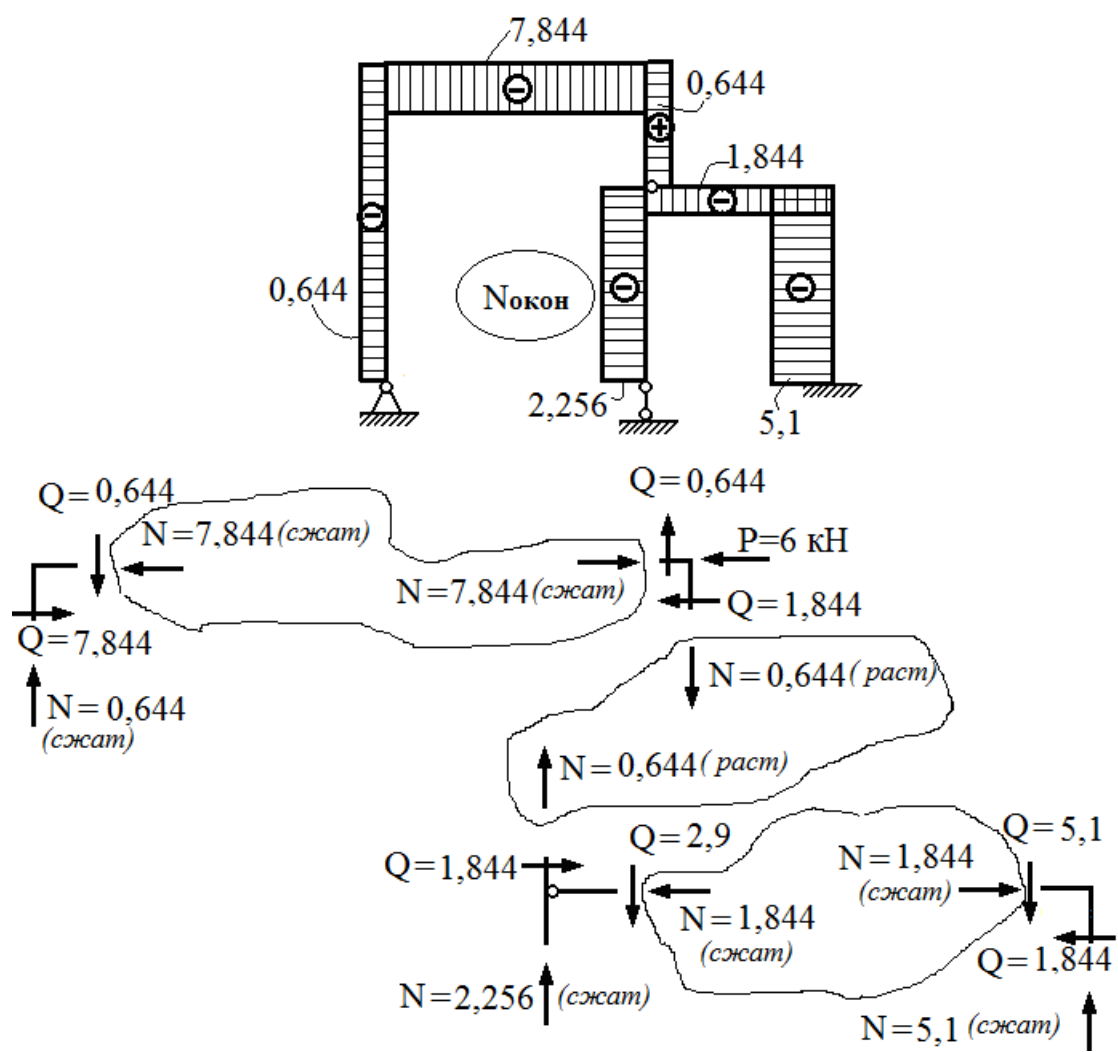
$$Q_{4-5} = \operatorname{tg} \alpha = \frac{5,532}{3} = 1,844 \text{ кН}$$

	$Q_{5-7} = \pm \frac{q \cdot \ell}{2} + \frac{M_{\text{прав}} - M_{\text{лев}}}{\ell} =$ $= \pm \frac{2 \cdot 4}{2} + \frac{-4,4 - 0}{4} = \pm 4 - 1,1 =$ $= \begin{cases} +4 - 1,1 = 2,9 \text{ (лев } m.5) \\ -4 - 1,1 = -5,1 \text{ (прав } m.7) \end{cases}$
	$Q_{7-8} = \operatorname{tg} \alpha = \frac{4,8 + 4,4}{5} = 1,844 \text{ кН}$

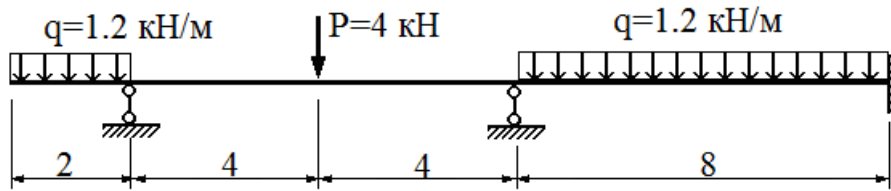
Изобразим эпюру поперечных сил с указанием знака.



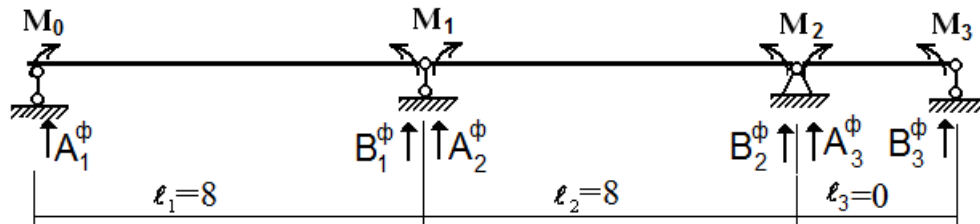
9. Построение эпюры продольных сил по эпюре поперечных сил способом вырезания узлов, ранее найденные поперечные силы должны вращать часть стержня, входящего в узел с учётом знака (положительные поперечные силы по ходу часовой стрелки). Продольные усилия направляем, таким образом, чтобы система сил была уравновешенной. Стержни, к которым не приложена продольная нагрузка, не имеющие опор компенсирующих действие продольной силы имеют нулевые эпюры.



Расчет неразрезной балки с помощью уравнения 3-х моментов.



Врезаем приставные опоры в балку, отбрасывая внутренний момент и заменяя его наперед неизвестными моментами. Нумерацию моментов производим слева направо. Пролеты загружаем фиктивными реакциями.



Величины крайних моментов найдем, исходя из внешней нагрузки:

$M_0 = -1,2 \cdot 2 \cdot 1 = -2,4$, $M_3 = 0$ (т.к. правого третьего пролёта не существует, он был добавлен, чтобы полученная система работала эквивалентно защемлению)

Знак момента отрицательный, т.к. внешняя нагрузка растянула верхние волокна.

Для определения M_1, M_2 найдем значение фиктивных реакций и составим уравнения 3-х моментов.

$$M_{n-1} \ell_n + 2 M_n (\ell_n + \ell_{n+1}) + M_{n+1} \ell_{n+1} = -6 (A_{n+1}^\phi + B_n^\phi), \quad (1)$$

где M_{n-1} , M_n и M_{n+1} - моменты на опорах $n-1$, n , $n+1$; ℓ_n и ℓ_{n+1} - длины левого и правого пролетов; A_{n+1}^ϕ , B_n^ϕ - фиктивная реакция на опоре n от фиктивной нагрузки, действующей на правом и левом пролётах.

Т.к. нам неизвестны моменты с номерами 1 и 2, то будем иметь следующую систему:

$$\begin{cases} n = 1 & M_0 \cdot \ell_1 + 2 \cdot (\ell_1 + \ell_2) \cdot M_1 + \ell_2 \cdot M_2 = -6 \cdot (B_1^\phi + A_2^\phi) \\ n = 2 & M_1 \cdot \ell_2 + 2 \cdot (\ell_2 + \ell_3) \cdot M_2 + \ell_3 \cdot M_3 = -6 \cdot (B_2^\phi + A_3^\phi) \end{cases} \quad (2)$$

Заметим, что $\ell_3 = 0$ и $A_3^\phi = 0$, т.к. нет пролёта и соответственно нагрузки.

В дальнейшем система уравнений (2) будет использоваться, а внешняя временная нагрузка изменяться, поэтом преобразуем её с учётом длины пролётов.

$$\begin{cases} M_0 \cdot 8 + 2 \cdot (8 + 8) \cdot M_1 + 8 \cdot M_2 = -6 \cdot (B_1^\phi + A_2^\phi) \\ M_1 \cdot 8 + 2 \cdot (8 + 0) \cdot M_2 = -6 \cdot (B_2^\phi) \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} M_0 \cdot 8 + 32 \cdot M_1 + 8 \cdot M_2 = -6 \cdot (B_1^\phi + A_2^\phi) \\ M_1 \cdot 8 + 16 \cdot M_2 = -6 \cdot (B_2^\phi) \end{cases}$$

Найдём недостающие фиктивные реакции, пользуясь таблицей

$$B_1^{\phi} = \frac{P \cdot \ell^2}{16} = \frac{4 \cdot 8^2}{16} = 16, \quad A_2^{\phi} = B_2^{\phi} = \frac{q \cdot \ell^3}{24} = \frac{1.2 \cdot 8^3}{24} = 25.6, \text{ подставим их в}$$

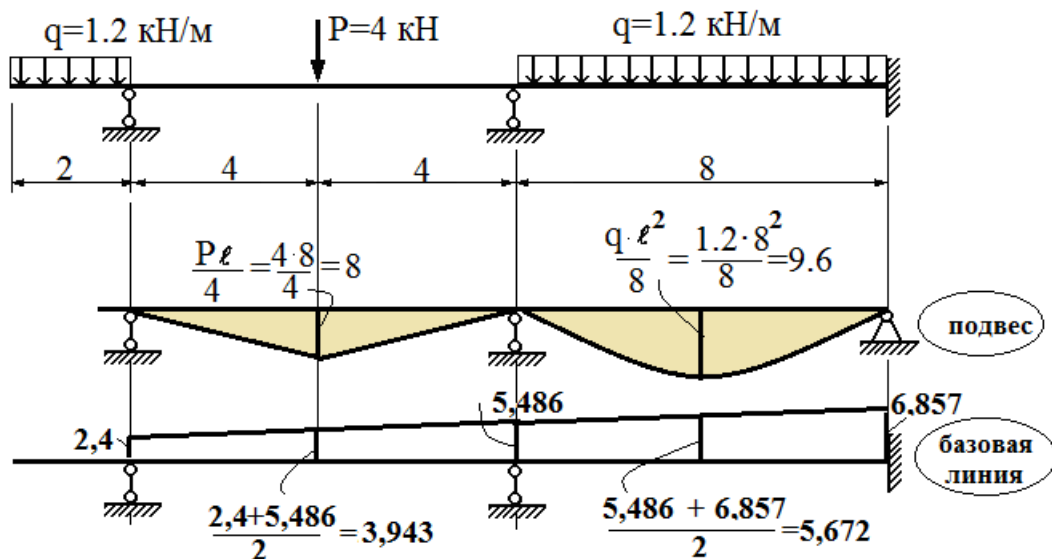
систему (3), учитывая, что при данном нагружении $M_0 = -2.4$

$$\begin{cases} (-2.4) \cdot 8 + 32 \cdot M_1 + 8 \cdot M_2 = -6 \cdot (16 + 25.6) \\ 8 \cdot M_1 + 16 \cdot M_2 = -6 \cdot (25.6) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 32 \cdot M_1 + 8 \cdot M_2 = -230.4 \\ 8 \cdot M_1 + 16 \cdot M_2 = -153.6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 32 \cdot M_1 + 8 \cdot M_2 = -230.4 \\ 4 \cdot M_1 + 8 \cdot M_2 = -76.8 \end{cases}$$

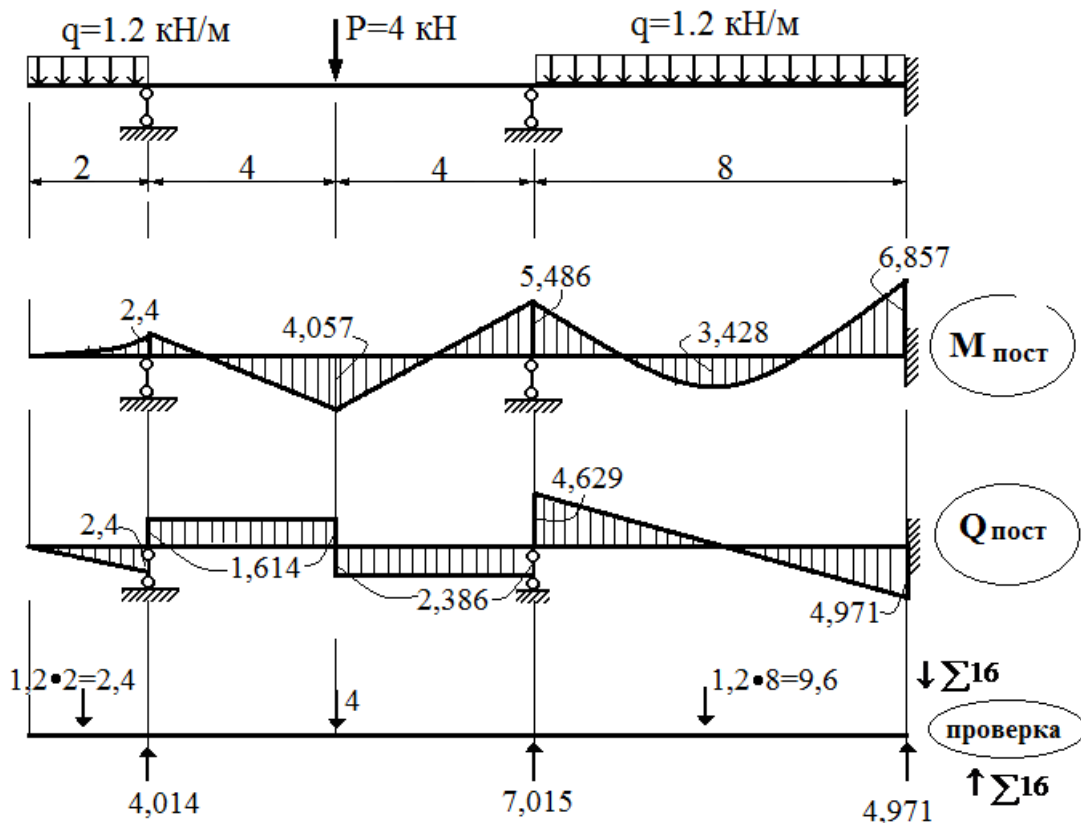
$$M_1 = -5.486, \quad M_2 = -6.857.$$

Построим эпюры, учитывая, что отрицательные моменты откладываются сверху от базовой линии.



Построение эпюр проводим следующим образом: сначала строим базовую линию, представляющую собой эпюру от изгибающих моментов, полученных по расчётам, затем к этой прямой «подвешиваем» эпюру изгибающих моментов от заданной нагрузки в этом пролёте, как в балке на двух опорах (подвес).

Середина первого пролёта: $8 - 3.943 = 4.057$, второго $9.6 - 5.672 = 3.928$. Т.к. все значения получились положительными и, следовательно, величина подвеса больше, то ординаты откладываем снизу.



Поперечные силы.

$$Q = \pm \frac{q \cdot \ell}{2} + \frac{M_{\text{прав}} - M_{\text{лев}}}{\ell} \quad \text{для параболических эпюр}$$

$$Q = \frac{M_{\text{прав}} - M_{\text{лев}}}{\ell}$$

и для линейных эпюр: , где моменты идут с учётом знака отрицательные моменты откладываются сверху от базовой линии.

$$Q_{\text{конс}} = \pm \frac{1,2 \cdot 2}{2} + \frac{-2,4 - 0}{2} = \pm 1,2 - 1,2 = \begin{cases} +1,2 - 1,2 = 0 \text{ кН (лев)} \\ -1,2 - 1,2 = -2,4 \text{ кН (прав)} \end{cases}$$

$$Q_{1\text{пролёт}}^{\text{лев}} = \frac{4,057 - (-2,4)}{4} = 1,614 \text{ кН}, \quad Q_{1\text{пролёт}}^{\text{прав}} = \frac{-5,486 - 4,057}{4} = -2,386 \text{ кН},$$

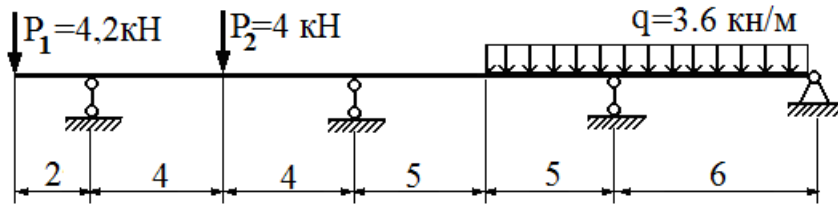
$$Q_{3\text{пролёт}} = \pm \frac{1,2 \cdot 8}{2} + \frac{-6,857 - (-5,486)}{8} = \pm 4,8 - 0,171 = \begin{cases} +4,629 \text{ кН (лев)} \\ -4,971 \text{ кН (прав)} \end{cases}$$

Т.к. мы не определяли опорные реакции, то необходимо сделать проверку правильности расчета, снимем показания «скачков» с эпюры поперечных сил (фактически значения опорных реакций и внешних сосредоточенных сил), двигаясь слева направо, и «соберём» значение распределенной нагрузки в равнодействующую. Давление внешней нагрузки должно быть равно суммарной опорной реакции.

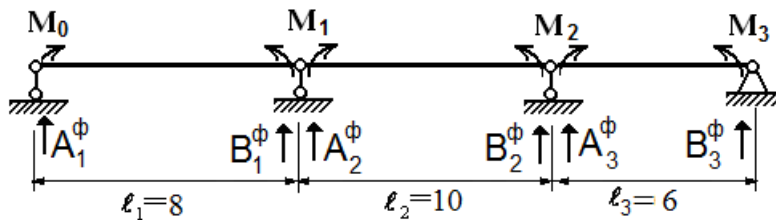
$$\sum 1,2 \cdot 2 + 4 + 1,2 \cdot 8 = \sum 4,014 + 7,015 + 4,971$$

$$\sum 16 = \sum 16$$

Расчет неразрезной балки с помощью уравнения 3-х моментов.



Врезаем приставные опоры в балку, отбрасывая внутренний момент и заменяя его наперед неизвестными моментами. Нумерацию моментов производим слева направо. Пролеты загружаем фиктивными реакциями.



Величины крайних моментов найдем, исходя из внешней нагрузки:

$M_0 = -4,2 \cdot 2 = -8,4$, $M_3 = 0$ (т.к. у балки нет консоли и соответственно нагрузки справа)

Знак момента отрицательный, т.к. внешняя нагрузка растянула верхние волокна.

Для определения M_1, M_2 найдем значение фиктивных реакций и составим уравнения 3-х моментов.

$$M_{n-1} \cdot \ell_n + 2 M_n (\ell_n + \ell_{n+1}) + M_{n+1} \cdot \ell_{n+1} = -6 (A_{n+1}^{\phi} + B_n^{\phi}), \quad (1)$$

где M_{n-1} , M_n и M_{n+1} - моменты на опорах $n-1$, n , $n+1$; ℓ_n и ℓ_{n+1} - длины левого и правого пролетов; A_{n+1}^{ϕ} , B_n^{ϕ} - фиктивная реакция на опоре n от фиктивной нагрузки, действующей на правом и левом пролётах.

Т.к. нам неизвестны моменты с номерами 1 и 2, то будем иметь следующую систему:

$$\begin{cases} n = 1 & M_0 \cdot \ell_1 + 2 \cdot (\ell_1 + \ell_2) \cdot M_1 + \ell_2 \cdot M_2 = -6 \cdot (B_1^{\phi} + A_2^{\phi}) \\ n = 2 & M_1 \cdot \ell_2 + 2 \cdot (\ell_2 + \ell_3) \cdot M_2 + \ell_3 \cdot M_3 = -6 \cdot (B_2^{\phi} + A_3^{\phi}) \end{cases} \quad (2)$$

Учитывая, что $\ell_1 = 8$ м, $\ell_2 = 10$ м, $\ell_3 = 6$ м и $M_3 = 0$.

$$\begin{cases} M_0 \cdot 8 + 2 \cdot (8 + 10) \cdot M_1 + 10 \cdot M_2 = -6 \cdot (B_1^{\phi} + A_2^{\phi}) \\ M_1 \cdot 10 + 2 \cdot (10 + 6) \cdot M_2 = -6 \cdot (B_2^{\phi} + A_3^{\phi}) \end{cases}$$

Найдём недостающие фиктивные реакции, пользуясь таблицей, при этом заметим, что для пролёта № 2, табличные значения $A_2^{\phi_{\text{фик}}}$ и $B_2^{\phi_{\text{фик}}}$ меняются местами, т.к. наша заданная распределённая нагрузка расположена на правой части балки, а в таблице слева. При подстановке ℓ_2 в формулу необходимо подставлять **всю длину пролёта**, а не только ту часть, где расположена распределённая нагрузка.

$$B_1^{\phi} = \frac{P \cdot \ell^2}{16} = \frac{4 \cdot 8^2}{16} = 16, \quad A_2^{\phi} = \frac{7 \cdot q \cdot \ell^3}{384} = \frac{7 \cdot 3.6 \cdot 10^3}{384} = 6,5625,$$

$$B_2^{\phi} = \frac{3 \cdot q \cdot \ell^3}{128} = \frac{3 \cdot 3.6 \cdot 10^3}{128} = 8,4375, \quad A_3^{\phi} = \frac{q \cdot \ell^3}{24} = \frac{3.6 \cdot 6^3}{24} = 32,4.$$

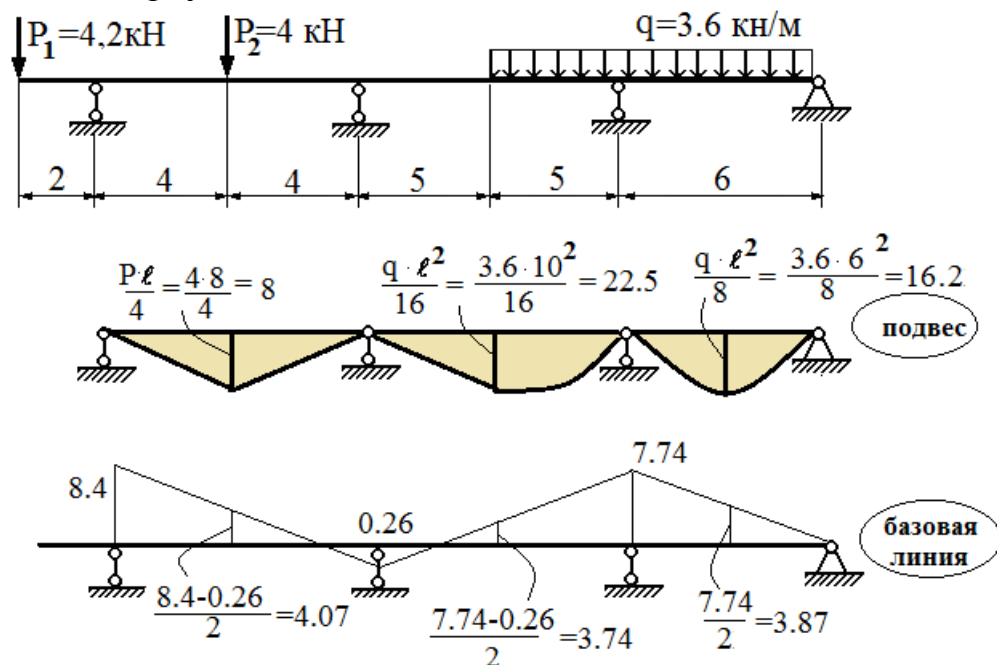
Подставим их в систему, учитывая, что при данном нагружении $M_0 = -8,4$

$$\begin{cases} (-8,4) \cdot 8 + 36 \cdot M_1 + 10 \cdot M_2 = -6 \cdot (16 + 6,5625) \\ 10 \cdot M_1 + 12 \cdot M_2 = -6 \cdot (8,4375 + 32,4) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 36 \cdot M_1 + 10 \cdot M_2 = -68,175 \\ 10 \cdot M_1 + 32 \cdot M_2 = -245,025 \end{cases} \cdot 3,6 \Rightarrow \begin{cases} 36 \cdot M_1 + 10 \cdot M_2 = -68,175 \\ 36 \cdot M_1 + 115,2 \cdot M_2 = -882,09 \end{cases}$$

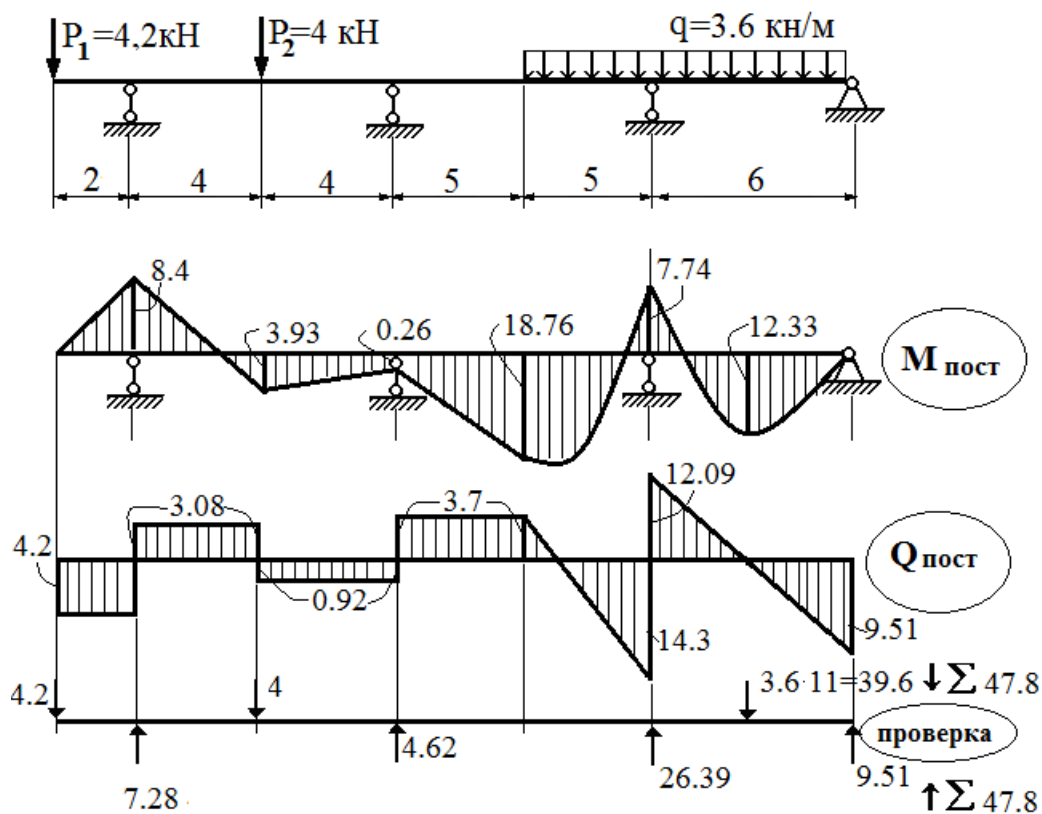
$$M_1 = 0,26, \quad M_2 = -7,74.$$

Построим эпюры, по правилу знаков, полученные отрицательные моменты откладываем сверху от базовой линии.



Построение эпюр проводим следующим образом: сначала строим базовую линию, представляющую собой эпюру от изгибающих моментов, полученных по расчётам, затем к этой прямой «подвешиваем» эпюру изгибающих моментов от заданной нагрузки в этом пролёте, как в балке на двух опорах (подвес).

Середина первого пролёта: $8 - 4,07 = 3,93$, второго $22,5 - 3,74 = 18,76$, третьего $16,2 - 3,87 = 12,33$. Т.к. все значения получились положительными и, следовательно, величина подвеса больше, то ординаты откладываем снизу.



Поперечные силы.

$$Q = \pm \frac{q \cdot \ell}{2} + \frac{M_{\text{прав}} - M_{\text{лев}}}{\ell} \text{ для параболических эпюр}$$

$$Q = \frac{M_{\text{прав}} - M_{\text{лев}}}{\ell}$$

и для линейных эпюр: , где моменты идут с учётом знака отрицательные моменты откладываются сверху от базовой линии.

$$Q_{\text{конс}} = \frac{-8,4}{4} = -4,2 \text{ кН} , Q_{1\text{пролёт}}^{\text{лев}} = \frac{3,93 - (-8,4)}{4} = 3,08 \text{ кН} ,$$

$$Q_{1\text{пролёт}}^{\text{прав}} = \frac{0,26 - 3,93}{4} = -0,92 \text{ кН} , Q_2^{\text{лев}} = \frac{18,76 - 0,26}{4} = 3,7 \text{ кН} ,$$

$$Q_2^{\text{прав}} = \pm \frac{3,6 \cdot 5}{2} + \frac{-7,74 - 18,76}{5} = \pm 9 - 5,3 = \begin{cases} +9 - 5,3 = 3,7 \text{ кН (лев)} \\ -9 - 5,3 = -14,3 \text{ кН (прав)} \end{cases} ,$$

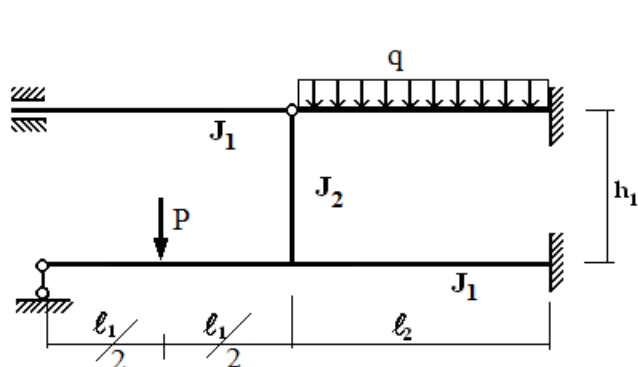
$$Q_{3\text{пролёт}} = \pm \frac{3,6 \cdot 6}{2} + \frac{0 - (-7,74)}{6} = \pm 10,8 + 1,29 = \begin{cases} +10,8 + 1,29 = 12,09 \text{ кН (лев)} \\ -10,8 + 1,29 = -9,51 \text{ кН (прав)} \end{cases} .$$

Т.к. мы не определяли опорные реакции, то необходимо сделать проверку правильности расчета, снимем показания «скачков» с эпюры поперечных сил (фактически значения опорных реакций и внешних сосредоточенных сил), двигаясь слева направо, и «соберём» значение распределенной нагрузки в равнодействующую. Давление внешней нагрузки должно быть равно суммарной опорной реакции.

$$\sum 4,2 + 4 + 3,6 \cdot (5 + 6) = \sum 7,28 + 4,62 + 26,39 + 9,51$$

$$\sum 47,8 = \sum 47,8$$

Пример расчёта рамы методом перемещений.



$$\frac{J_1}{J_2} = 3 \Rightarrow$$

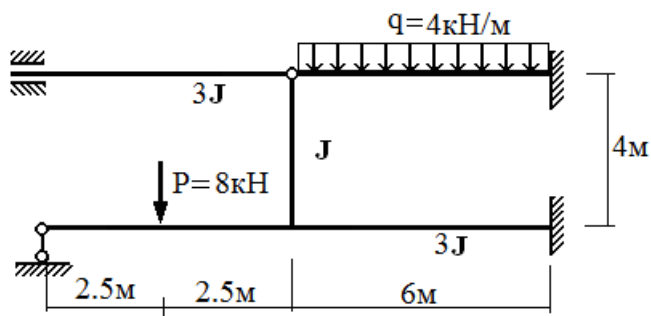
$$3 \cdot J_2 = J_1$$

$$\ell_1 = 5 \text{ м}, \ell_2 = 6 \text{ м},$$

$$h_1 = 4 \text{ м},$$

$$P = 8 \text{ кН}, q = 4 \text{ кН/м}.$$

Таким образом, имеем следующую задачу:



1. Число неизвестных методом перемещений:

$$n = n_{\text{лин}} + n_{\text{узловое}}, \text{ где}$$

$n_{\text{узловое}}$ - число жестких узлов рамы, не связанных с опорами,

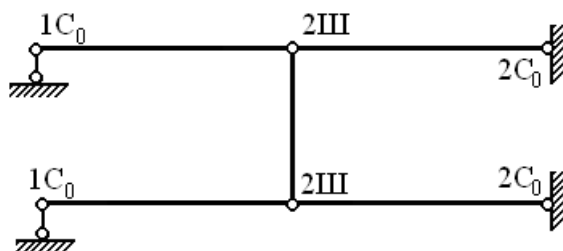
$n_{\text{лин}}$ - число степеней свободы условно- шарнирной схемы, т.е. рамы у которой во все узлы врезаны шарниры, в том числе и опорные.

Условно-шарнирная схема:

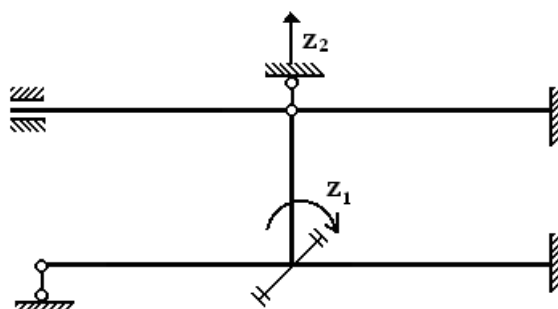
$$n_{\text{лин}} = W = 3 \cdot Д - 2 \cdot Ш - C_0 =$$

$$= 3 \cdot 5 - 2 \cdot 4 - 6 = 1$$

Дисков пять, одиночных шарниров внутри рамы четыре (шарнир соединяющий три диска двойной), опорных стержней шесть (шарнирно-подвижные опоры по одному, неподвижные опоры по два).

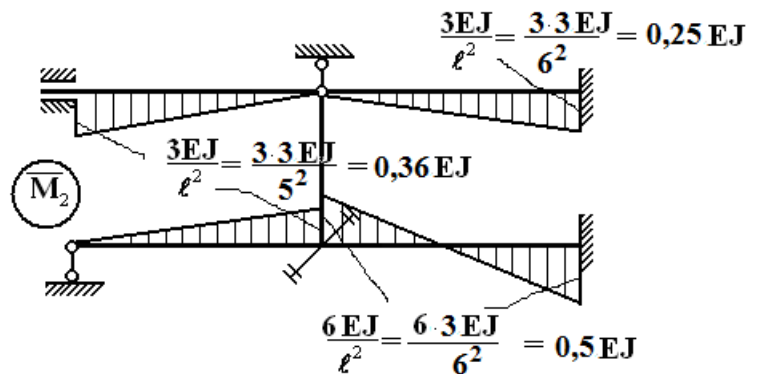
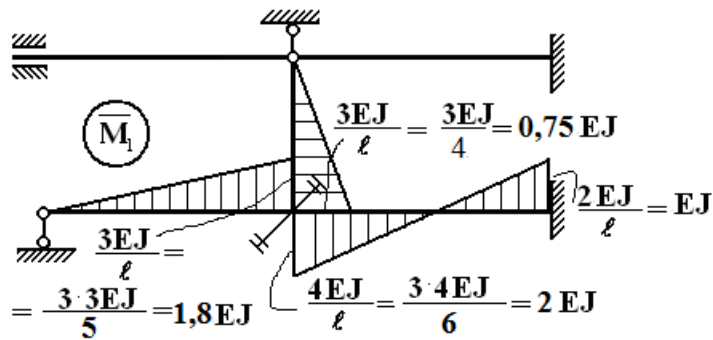


2. Таким образом, основная система метода перемещений:



3. Единичные эпюры от $z_1 = 1, z_2 = 1$

Значения моментов находим по таблице №2 приложения №1.



4. Грузовая эпюра от внешней нагрузки:

Значения моментов находим по таблице №2 приложения №1.

Под сосредоточенной силой:

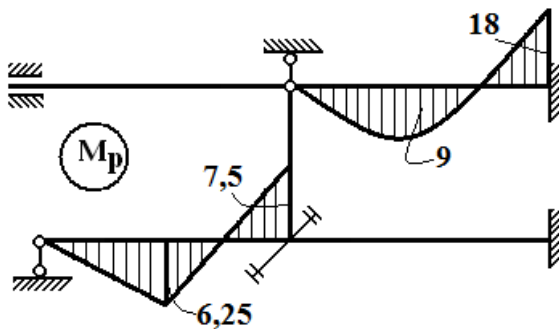
$$M_A = \frac{3 \cdot P \cdot \ell}{16} = \frac{3 \cdot 8 \cdot 5}{16} = 7,5$$

$$M_C = \frac{5 \cdot P \cdot \ell}{32} = \frac{5 \cdot 8 \cdot 5}{32} = 3,25$$

Под распределённой нагрузкой:

$$M_A = \frac{q \cdot \ell^2}{8} = \frac{4 \cdot 6^2}{8} = 18$$

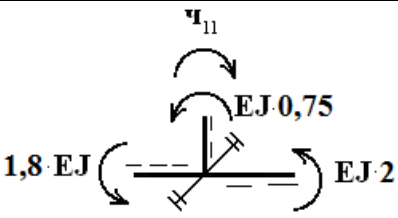
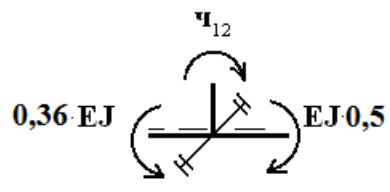
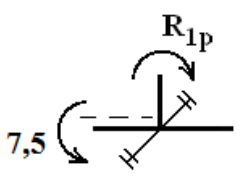
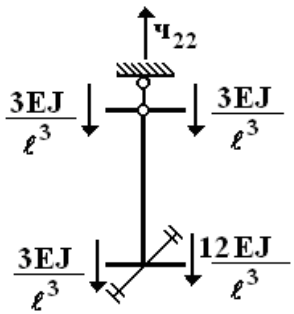
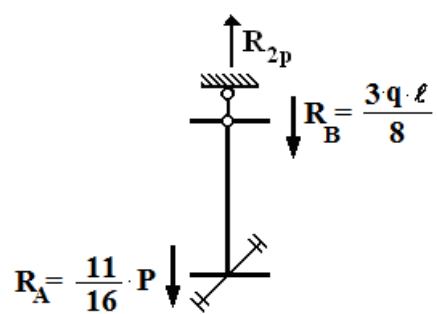
$$M_C = \frac{q \cdot \ell^2}{16} = \frac{4 \cdot 6^2}{16} = 9$$



5. Каноническая система метода перемещений для определения фактических значений z_1, z_2 :

$$\begin{cases} u_{11} \cdot z_1 + u_{12} \cdot z_2 + R_{1p} = 0 \\ u_{21} \cdot z_1 + u_{22} \cdot z_2 + R_{2p} = 0 \end{cases}$$

Найдем коэффициенты канонической системы:

 $\sum M = 0 \Rightarrow$ $q_{11} - 2 \cdot EJ - 1,8 \cdot EJ - 0,75 \cdot EJ = 0,$ $q_{11} = 4,55 \cdot EJ$	 $\sum M = 0 \Rightarrow$ $q_{12} + EJ \cdot 0,5 - 0,36 \cdot EJ = 0,$ $q_{12} = q_{21} = -EJ \cdot 0,14$
 $\sum M = 0 \Rightarrow$ $R_{1p} - 7,5 = 0$ $R_{1p} = 7,5$	
 $\sum Y = 0 \Rightarrow$ $q_{22} - \frac{9}{5^3} EJ - \frac{9}{5^3} EJ - \frac{9}{6^3} EJ - \frac{36}{6^3} EJ = 0$ $q_{22} = EJ \cdot \left(\frac{9 + 9}{5^3} + \frac{9 + 36}{6^3} \right) = \frac{1,057}{3} EJ$	 $\sum Y = 0 \Rightarrow$ $R_{2p} - \frac{11 \cdot 8}{16} - \frac{3 \cdot 4 \cdot 6}{8} = 0$ $R_{2p} = 14,5$

Подставим полученные коэффициенты в систему, сократив на EJ .

$$\begin{cases} 4,55 \cdot z_1 - 0,14 \cdot z_2 + \frac{7,5}{EJ} = 0 \\ -0,14 \cdot z_1 + \frac{1,057}{3} \cdot z_2 + \frac{14,5}{EJ} = 0 \end{cases} \cdot 32,5$$

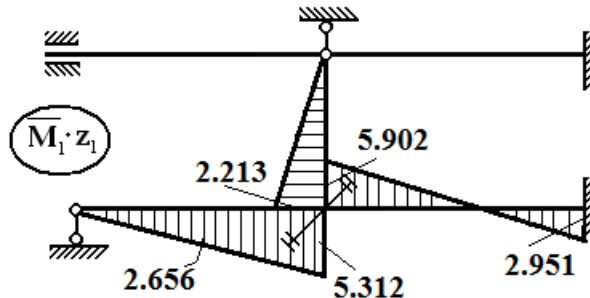
Чтобы получить одинаковые коэффициенты, например при z_1 , умножим второе равенство на 32,5 и перенесём грузовые слагаемые вправо:

$$\begin{cases} 4,55 \cdot z_1 - 0,14 \cdot z_2 = \frac{-7,5}{EJ} \\ -4,55 \cdot z_1 + 11,4508 \cdot z_2 = \frac{-471,25}{EJ} \end{cases}$$

Сложим равенства и получим значения неизвестных:

$$z_1 = \frac{-2,951}{EJ}, \quad z_2 = \frac{-42,327}{EJ}.$$

1. Исправим единичные эпюры на фактические значения z_1 , z_2 , а так как они получились отрицательными, то отложим эпюры на противоположных волокнах.



Значения моментов:

$$0,75 \cdot 2,951 = 2,213$$

$$1,8 \cdot 2,951 = 5,312$$

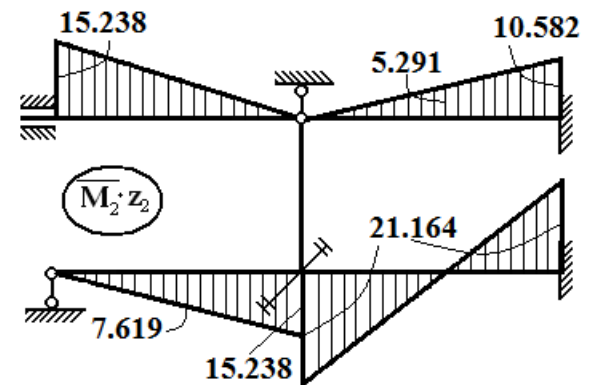
$$2 \cdot 2,951 = 5,902$$

Значения моментов:

$$0,5 \cdot 42,327 = 21,164$$

$$0,25 \cdot 42,327 = 10,582$$

$$0,36 \cdot 42,327 = 15,238$$



2. Окончательная эпюра моментов:

$$M_{\text{окон}} = \overline{M}_1 \cdot z_1 + \overline{M}_2 \cdot z_2 + M_p$$

Моменты изгибающие:

$$7,619 + 2,656 + 6,25 = 16,525$$

$$5,312 + 15,312 - 7,5 = 13,05$$

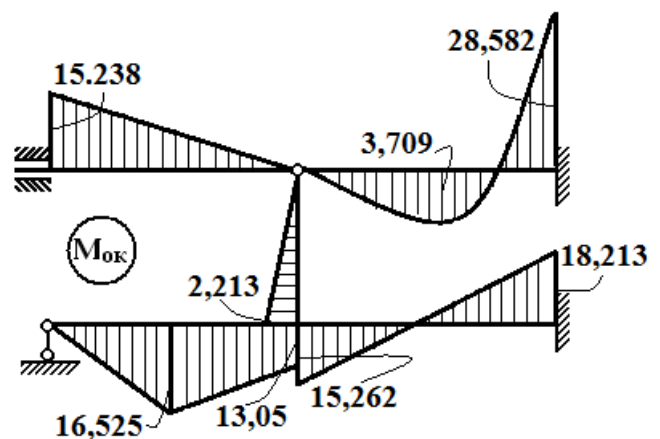
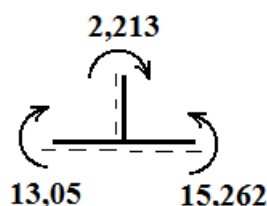
$$21,164 - 5,902 = 15,262$$

$$21,164 - 2,951 = 18,213$$

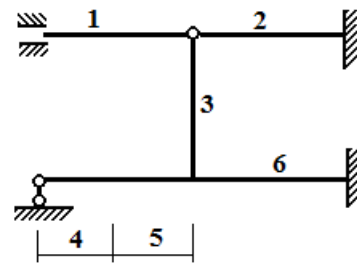
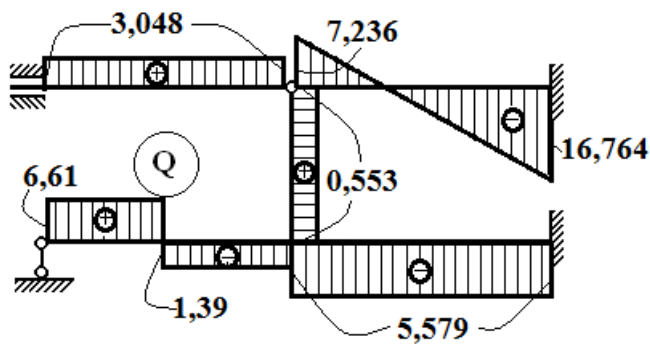
$$10,582 + 18 = 28,582$$

$$9 - 5,921 = 3,709.$$

Для проверки посмотрим равновесие узла:



3. Эпюра поперечных сил:



Рассмотрим расчёт поперечных сил по участкам.

Для **линейных** эпюр:

$Q = \pm \operatorname{tg} \alpha$, где α - угол наклона эпюры к стержню.

$$Q_1 = + \frac{15,238}{5} = 3,048 ; \quad Q_3 = + \frac{2,213}{4} = 0,553 ; \quad Q_4 = + \frac{16,525}{2,5} = 6,61 ;$$

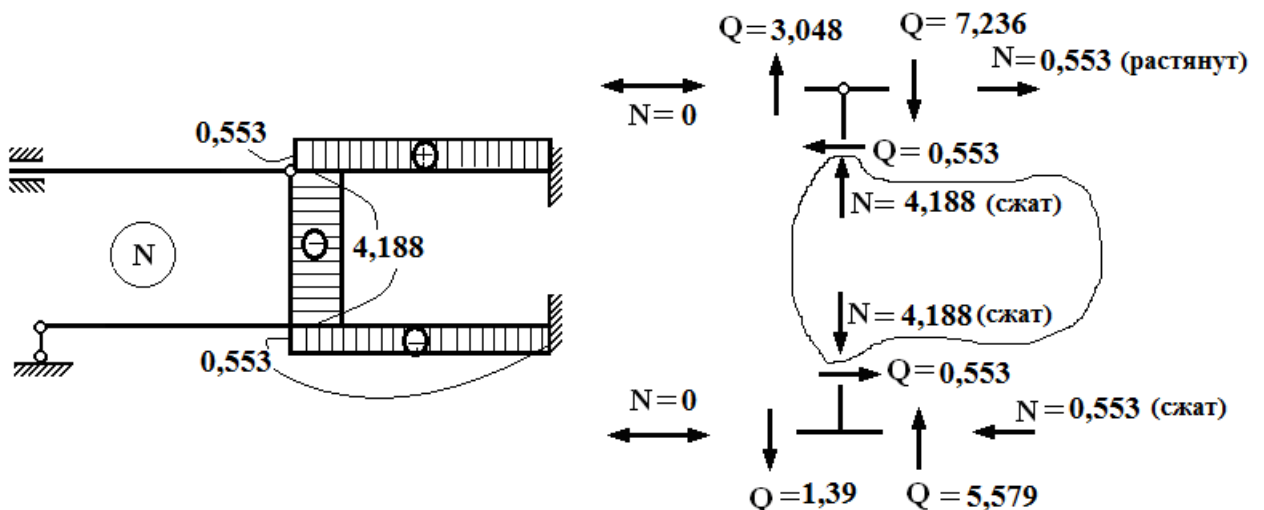
$$Q_5 = - \left(\frac{16,525 - 13,05}{2,5} \right) = -1,39 ; \quad Q_6 = - \left(\frac{18,213 + 15,262}{6} \right) = -5,579 .$$

Для **параболических** эпюр $Q = \pm \frac{q \cdot \ell}{2} + \frac{M_{\text{прав}} - M_{\text{лев}}}{\ell}$, где

моменты идут с учётом знака отрицательные моменты вверх:

$$Q_2 = \pm \frac{4 \cdot 6}{2} + \frac{-28,582 - 0}{6} = \pm 12 - 4,764 = \begin{cases} +12 - 4,764 = 7,236 & (\text{лев}) \\ -12 - 4,764 = -18,764 & (\text{прав}) \end{cases}$$

4. Эпюра продольных усилий (строится методом вырезания узлов)



Библиографический список

1. Анохин Н.Н. Строительная механика в примерах и задачах (Часть I) – М, АВС, 1999г.-334с.
2. Дарков А.В., Шапошников Н.Н. Строительная механика, -М: Высш.шк., 1986г. – 607с.
3. Саргсян А.Е., Демченко А.Т., Дворячиков Н.В., Джинчвелашвили Г.А. Строительная механика //Основы теории с примерами расчетов: Учебник/ Под ред. А.Е. Саргсяна. – 2-е изд., испр. И доп. – М.:Высшая школа, 2000г.
4. Киселев В.А. Строительная механика: Общий курс // – М.: Стройиздат, 1986г.
5. Иванова О.М. Учебное пособие по строительной механике. – Тюмень: ТюмГАСУ, - 2006г.
6. Шакирзянов Р.А. Краткий курс по строительной механике. Учебное пособие – Казань. КГАСУ, 2010г.
7. Иванов Г.М., Вейц Р.Н. Статика сооружений.- Изд литературы по строительству, Ленинград , 1968г.
8. Иванова О.М., Шагисултанова Ю.Н. Строительная механика Методические указания и контрольные задания для самостоятельной работы по 1 части. – Тюмень: ТюмГАСУ, - 2013г.
9. Иванова О.М., Шагисултанова Ю.Н. Строительная механика Методические указания и контрольные задания для самостоятельной работы (2 часть) – Тюмень: ТюмГАСУ, - 2014г.
- 10.Иванова О.М., Шагисултанова Ю.Н. Учебно-методическое пособие по строительной механике. – Тюмень: ТюмГАСУ, - 2014г.