

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Клочков Юрий Сергеевич
Должность: Ректор
Дата подписания: 30.09.2026 10:26:54
Уникальный программный ключ:
3beb265d5d589e7ff4c95494c1a091a71a0c

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«ТЮМЕНСКИЙ ИНДУСТРИАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Строительный институт

Кафедра строительных конструкций

ВЕРОЯТНОСТНЫЕ МЕТОДЫ В СТРОИТЕЛЬНОЙ МЕХАНИКЕ И РАСЧЕТЫ НАДЕЖНОСТИ СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

Методические указания по выполнению курсовой работы
«Определение вероятностных характеристик
и закона распределения случайной величины прочности бетона»
для обучающихся направлений подготовки 08.04.01 «Строительство»
программа «Теория и проектирование зданий и сооружений»
(уровень магистратуры)
и 08.03.01 «Строительство»
профиль «Строительство уникальных зданий и сооружений»
(уровень специалитета)

Составитель *Д. М. Ротштейн,*
кандидат технических наук, доцент

Тюмень
ТИУ
2017

Вероятностные методы в строительной механике и расчеты надежности строительных конструкций: метод. указ. по выполнению курсовой работы «Определение вероятностных характеристик и закона распределения случайной величины прочности бетона» для обучающихся направлений подготовки 08.04.01 «Строительство» программа «Теория и проектирование зданий и сооружений» (уровень магистратуры) и 08.03.01 «Строительство» профиль «Строительство уникальных зданий и сооружений» (уровень специалитета) / сост. Ротштейн Д. М.; Тюменский индустриальный университет. – Тюмень: Издательский центр БИК, ТИУ, 2017. – 24 с.

Методические указания рассмотрены и рекомендованы к изданию на заседании кафедры «Строительные конструкции»
«22» декабря 2016 года, протокол № 6

Аннотация

В методических указаниях случайная величина прочности бетона рассмотрена с вероятностных позиций. Приведен порядок последовательных действий по статистической обработке результатов испытаний прочности на сжатие образцов-кубов бетона (на примере тяжелого бетона класса В25 по прочности на сжатие). На основе реальной статистической выборки результатов испытаний определены сводные статистические характеристики прочности бетона на сжатие, статистический (опытный) и теоретический законы распределения случайной величины прочности. Степень близости распределений проверена критерием согласия А. Н. Колмогорова. Представлено графическое сопровождение принятого распределения.

На конкретном примере рассмотрена так же процедура нормирования прочности на сжатие бетона, принятая в нормах проектирования, с определением нормативных и расчетных значений прочности и вероятностей принятия бетоном этих значений.

Основная цель методических указаний – содействие студентам и магистрантам в выполнении курсовой работы и в изучении дисциплин «Вероятностные методы в строительной механике и теория надежности строительных конструкций», «Методы расчета строительных конструкций и теория надежности».

Основание для выполнения курсовой работы – задание (форма в Приложении В).

СОДЕРЖАНИЕ

1. Введение.....	4
2. Исходные данные.....	5
3. Статистическая обработка результатов испытаний прочности бетона на сжатие.....	5
4. Определение сводных статистических характеристик случайной величины прочности бетона.....	8
5. Определение закона распределения случайной величины прочности бетона.....	9
6. Нормирование сопротивления бетона по прочности на сжатие по результатам статистической обработки.....	11
Библиографический список.....	12
Приложение А. Значения функции $\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-t^2/2} dt$	13
Приложение Б. Значения вероятностей $P(\lambda)$ критерия согласия А. Н. Колмогорова [2].....	14
Приложение В. Задание на выполнение курсовой работы.....	14
Таблица В.1.....	16
Варианты исходных данных.....	19

1. Введение

Методические указания составлены на основании программы дисциплины **«Методы расчета строительных конструкций и теория надежности»** для обучающихся в магистратуре по направлению 08.04.01 «Строительство» с программой подготовки **«Теория и проектирование зданий и сооружений»**. Методические указания могут быть использованы так же студентами - специалистами направления 08.03.01 «Строительство», профиля **«Строительство уникальных зданий и сооружений»** при изучении дисциплины **«Вероятностные методы в строительной механике и теории надежности строительных конструкций»**.

Для строительных конструкций понятие «надежность» определяется как способность конструкции работать в течение определенного времени без отказа. При этом отказ определяется как случайное событие, реализуемое с той или иной степенью вероятности. Поэтому важным показателем надежности конструкции является вероятность ее безотказной работы в течение всего срока эксплуатации. Эта вероятность, в свою очередь, зависит от вероятности безотказной работы материалов строительных конструкций, в частности, бетона.

В курсовой работе в качестве вероятностной модели прочности бетона принята случайная величина, принимающая при каждом испытании различные значения.

Для изучения характера изменчивости прочности бетона, установления закона ее распределения и определения вероятностей появления тех или иных значений прочности в курсовой работе приняты к статистической обработке конкретные результаты испытаний на сжатие бетонных образцов-кубов, полученные в условиях заводской лаборатории.

При выполнении курсовой работы необходимо пользоваться действующими нормативными документами: ГОСТ 27751-2014 «Надежность строительных конструкций и оснований. Основные положения»[1]*, СП 63.13330.2012. «Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения» [2], а так же справочными материалами настоящих методических указаний.

При выполнении работы необходимо: определить вероятностные характеристики и закон распределения случайной величины прочности бетона. Знание этого закона, в свою очередь, позволит определять вероятности появления тех или иных значений прочности, в том числе, вероятности появления значений, отражающих надежность конструкций, выполненных с применением этого бетона.

В составе методических указаний приведен практический пример выполнения курсовой работы, содержащий все необходимые вычисления статистических параметров случайной величины прочности бетона, опре-

деление закона распределения прочности, и соответствующее графическое сопровождение определяемых функций.

Цель методических указаний – содействие магистрантам и студентам в выполнении курсовой работы «Определение вероятностных характеристик и закона распределения случайной величины прочности бетона».

* Библиографический список на стр.14 состоит из 2-х частей: основная литература и нормативно-справочная.

2 Исходные данные

Для изучения характера изменчивости и установления закона распределения случайной величины **R** прочности на сжатие тяжелого бетона в нижеследующем примере приняты к статистической обработке конкретные результаты испытаний на сжатие бетонных образцов-кубов, полученные в условиях заводского производства (завод КПД Тюменской ДСК). Аналогичное происхождение исходных данных в вариантах индивидуальных заданий к курсовой работе (форма задания в Приложении В).

Бетонная смесь готовилась в соответствии с нормативными документами. К испытаниям были приняты образцы-кубы, изготовленные из бетонной смеси одного состава классов В7,5-В25 по прочности на сжатие. Бетонная смесь соответствовала ГОСТ 26633-91 «Бетоны тяжелые и мелкозернистые». Размер граней кубов 100мм, возраст- 28 суток. Объем однородной выборки составил $N=30$ шт.

3 Статистическая обработка результатов испытаний прочности бетона на сжатие

Исходные данные результатов испытаний 30-ти образцов-кубов бетона класса В25 на сжатие до разрушения R_i , МПа ($i=1.....30$) представляют собой непрерывный статистический ряд, состоящий из дискретных значений прочности на сжатие, расположенных в порядке возрастания этих значений. Все значения ряда здесь не приводим (они приведены в задании к курсовой работе в хаотическом порядке), а применяем метод разбиения ряда на интервалы, при котором все без исключения значения ряда попадают в определенные интервалы.

Основные параметры интервалов статистического ряда случайной величины **R** прочности на сжатие тяжелого бетона следующие:

$N=30$ –число наблюдений;

$R_{min}=27$ МПа- минимальное значение прочности;

$R_{max}=47$ МПа- максимальное значение прочности;

$R = R_{max} - R_{min} = 47-27=20$ МПа- размах вариации прочности;

$K = 1 + 3,332 \lg N = 1 + 3,332 \times 1,48 = 1 + 4,9 = 5,9 \approx 6$ – число интервалов ряда (формула для K рекомендована в [2]). Здесь $\lg N = \lg 30 = 1,48$;
 Ширина интервала ряда $\delta R = R/K = 20/6 \approx 3,3$ МПа.
 Систематизируем полученные первичные результаты в таблице.

Таблица № 1

Первичные данные статистического ряда случайной величины
 прочности бетона R

N	$R_{\min}$, МПа	$R_{\max}$, МПа	R_r , МПа	K	δR , МПа
30	27	47	20	6	3,3

Для составления непрерывного статистического ряда примем следующие обозначения:

i - номер интервала;

R_i^I - левая граница интервала;

R_i^{II} - правая граница интервала;

R_{ic} - середина интервала;

$m_{i\vartheta}$ - статистическая (опытная) частота появлений значений R в i -ом интервале ряда;

Величины R_{ic} и $m_{i\vartheta}$ позволяют построить гистограмму и полигон опытной функции плотности вероятностей распределения случайной величины прочности бетона.

$P_{i\vartheta}$ - накопленная частота в предыдущих интервалах ряда: $P_{i\vartheta} = \sum m_{i\vartheta}$;

$F_{i\vartheta}$ - статистическая (опытная) функция распределения случайной величины прочности бетона, т.е. опытная интегральная функция распределения прочности R : $F_{i\vartheta} = \frac{P_{i\vartheta}}{N} = \frac{\sum m_{i\vartheta}}{N}$. Расчеты ведем в табличной форме.

Таблица № 2

Статистический ряд случайной величины прочности
 на сжатие R бетона класса В25

№ интервала	Интервал $R_i^I - R_i^{II}$, МПа	R_{ic} , МПа	Частота статистическая $m_{i\vartheta}$	Частота накоплен. $P_{i\vartheta} = \sum m_{i\vartheta}$	Функция распред-я статистич. $F_{i\vartheta} = \frac{P_{i\vartheta}}{N}$
1	2	3	4	5	6
1	27,0-30,3	28,65	4	4	0,133
2	30,3-33,6	31,95	9	13	0,433
3	33,6-36,9	35,25	4	17	0,567

4	36,9-40,2	38,55	7	24	0,800
5	40,2-43,5	41,85	3	27	0,900
6	43,5-46,8*	45,15	3	30	1,000

$\sum 30$

*46,8<47, т.к. ширина интервала принята $\approx 3,3$ МПа.

Ниже, на рис.1,2 следует построение гистограммы и полигона опытной плотности распределения случайной величины R , а так же ее опытной функции распределения.

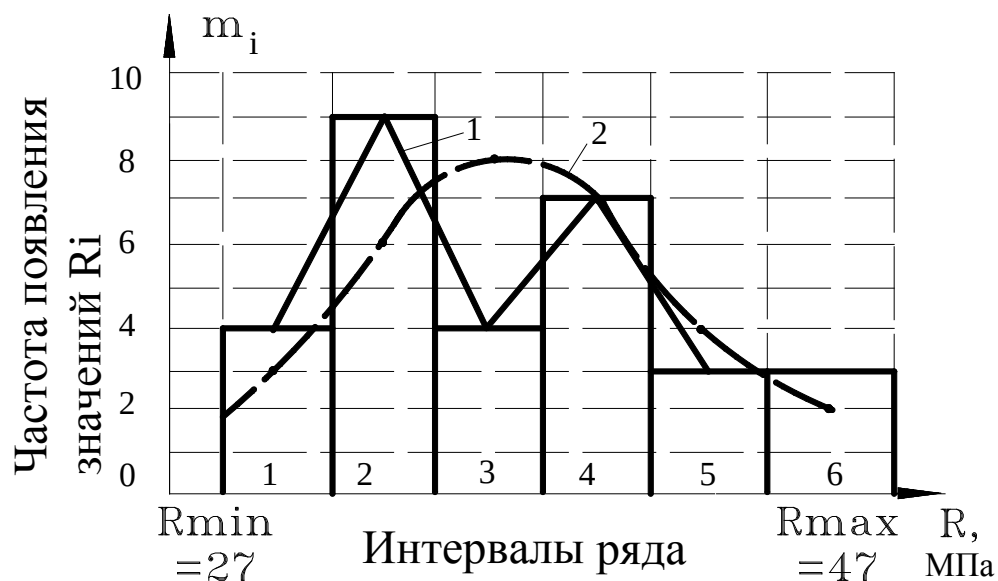


Рисунок 1. Опытная 1 и теоретическая 2 функции плотности вероятностей распределения прочности на сжатие бетона

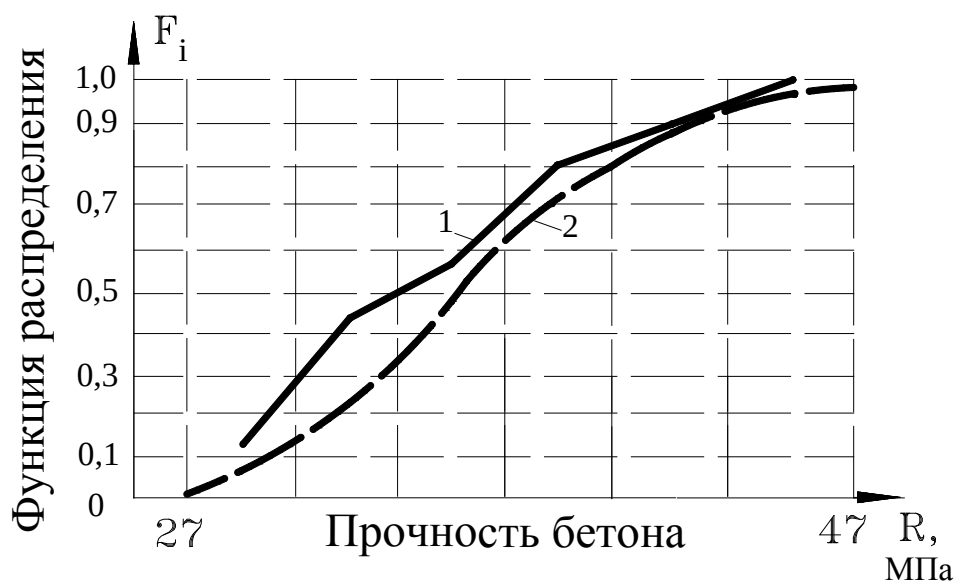


Рисунок 2. Опытная 1 и теоретическая 2 функции распределения прочности на сжатие бетона

4. Определение сводных статистических характеристик случайной величины прочности бетона

Из полученных опытных данных результатов испытаний прочности бетона на сжатие определим сводные характеристики статистического ряда:

1) Математическое ожидание:

$$Mr = \frac{\sum_{i=1}^k R_{ic} m_{i3}}{N} = \frac{28,65 \times 4 + 31,95 \times 9 + 35,25 \times 4 + 38,55 \times 7 + 41,85 \times 3 + 45,15 \times 3}{30} = \frac{114,6 + 288,55 + 141 + 269,85 + 125,5 + 135,45}{30} = \frac{1073,95}{30} = 35,8 \text{ МПа}.$$

2) Дисперсия:

$$D = \frac{\sum_{i=1}^k (R_{ic} - Mr)^2 m_{i3}}{N} = \frac{(28,65 - 35,8)^2 \times 4 + (31,95 - 35,8)^2 \times 9 + (35,25 - 35,8)^2 \times 4 + (38,55 - 35,8)^2 \times 7 + (41,85 - 35,8)^2 \times 3 + (45,15 - 35,8)^2 \times 3}{30} = \frac{204,5 + 133,4 + 1,21 + 52,9 + 109,8 + 262,3}{30} = \frac{764,11}{30} = 25,5 \text{ МПа}^2.$$

3) Среднее квадратичное отклонение (стандарт):

$$\sigma = \sqrt{D} = \sqrt{25,5} = 5,05 \text{ МПа}.$$

4) Коэффициент вариации: $V = \frac{\sigma}{Mr} = \frac{5,05}{35,8} = 0,141$ (14,1%).

Полученные результаты объединим в таблицу.

Таблица № 3

Сводные статистические характеристики случайной величины R прочности на сжатие бетона класса В25

$Mr, \text{МПа}$	$D, \text{МПа}^2$	$\sigma, \text{МПа}$	V
35,8	25,5	5,05	0,141

5 Определение закона распределения случайной величины прочности бетона

Для математического описания полученного опытного распределения ряда значений прочности бетона R , и с учетом статистических характеристик опытной выборки, примем широко рекомендованный в литературе [5,3] нормальный закон распределения, плотность вероятностей которого (дифференциальная функция распределения) имеет вид:

$$f(R) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(R_i - Mr)^2}{2\sigma^2}\right].$$

Интегральная функция распределения: $F(R) = \int_{-\infty}^R f(R)dR$,

определяет вероятность того, что текущее значение прочности R окажется $<$ принятого R_n , ($R < R_n$).

Для того, чтобы воспользоваться табличными значениями функции $F(R)$ необходимо перейти к нормированному виду функции $f(R) = \frac{1}{\sigma} f_0(Z)$, где новая переменная $Z = \frac{R - Mr}{\sigma}$ - нормированное значение случайной величины R . Здесь $Mr = 35,8 \text{ МПа}$, $\sigma = 5,05 \text{ МПа}$.

Тогда

$f_0(z) = f_0\left(\frac{R - Mr}{\sigma_r}\right) = f(R)\sigma = \frac{\sigma}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(R - Mr)^2}{2\sigma^2}\right] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right)$ - нормированная плотность распределения новой переменной $z = \frac{R - Mr}{\sigma_r}$, а

$$f(R) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right).$$

Для интегральной функции распределения прочности бетона [2]:

$$F(R) = \int_{-\infty}^R f(R)dR = \frac{1}{2} [1 + \Phi(z)] = 0,5 [1 + \Phi\left(\frac{R - Mr}{\sigma_r}\right)].$$

В нашем случае $F(R) = 0,5 [1 + \Phi\left(\frac{R - 35,8}{5,05}\right)]$, где

$$\Phi(Z) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^z \exp\left(-\frac{Z^2}{2}\right) dZ - \text{табличное значение интеграла вероятности [4],}$$

(см. таблицу в Приложении А). Здесь $R = R_{ic}$ - середина каждого интервала.

Теоретическую частоту (вероятность) P_{it} появления значений R_i в каждом интервале с учетом полученных выражений для $f(R), F(R)$, определим по формуле

$$P_{it} = [\Phi(Z_2) - \Phi(Z_1)] 0,5.$$

Здесь Z_1, Z_2 вычисляем для левой и правой границ каждого интервала. Теоретические частоты m_{it} появлений значений R_i в каждом интервале вычислим по формуле $m_{it} = P_{it}N$, где $N = 30$ - количество испытаний. Расчеты ведем в табличной форме:

Таблица № 4

Теоретические значения функции распределения случайной величины R прочности на сжатие бетона класса В25

№ интервала	$Z_1 = \frac{R_i^I - Mr}{\sigma}$	$Z_2 = \frac{R_i^{II} - Mr}{\sigma}$	P_{it}	m_{it}	R_{ic} , МПа	$F(R)$
1	2	3	4	5	6	7
1	-1,74	-1,09	0,10	3	28,65	0,08
2	-1,09	-0,44	0,19	6	31,95	0,22
3	-0,44	0,21	0,25	8	35,25	0,46
4	0,21	0,87	0,22	7	38,55	0,70
5	0,87	1,40	0,11	4	41,85	0,88
6	1,40	2,17	0,065	2	45,15	0,96
$\approx 1,0$				$\Sigma 30$		

По полученным значениям $m_{it}, F(R)$ строим графики на рис. 1,2 (пунктирные линии). Кривые 2 на графиках функций показывают близкое совпадение опытных и теоретических параметров. Однако, для оценки степени согласованности статистического и теоретического распределений случайной величины R воспользуемся наиболее простым и часто используемым в технических приложениях критерием согласия А.Н.Колмогорова [2]. Условием применения этого критерия являются случаи, когда гипотетическое распределение $F(R)$ известно и известны все входящие в него параметры.

При применении критерия согласия А.Н.Колмогорова в качестве меры расхождения между теоретическим и статистическим распределениями рассматривается максимальное значение модуля разности между статистической функцией распределения F_{is} и соответствующей теоретической функцией распределения $F(R)$. В нашем случае:

$$D = \max |F_{is} - F(R)| = |0,433 - 0,22| = 0,21.$$

А. Н. Колмогоровым показано, что при любой функции распределения с возрастанием числа наблюдений N вероятность неравенства $D\sqrt{N} \geq \lambda$ стремится к пределу

$$P(\lambda) = 1 - \sum_{k=-\infty}^{\infty} (-1)^k \exp(-2k^2 \lambda^2).$$

Значения вероятности $P(\lambda)$ приведены в таблице 7.6.1[2] и в Приложении Б настоящих методических указаний. В рассматриваемом примере:

$$\lambda = D\sqrt{N} = 0,21\sqrt{30} = 0,21 \times 5,48 = 1,15. \quad P(\lambda) = P(1,15) \approx 0,145.$$

Вероятность $P(\lambda) = 0,145$ занимает среднее положение в таблице вероятностей критерия А.Н. Колмогорова, что позволяет гипотезу о нормальном распределении прочности бетона R считать совместимой с опытными данными.

6 Нормирование сопротивления бетона по прочности на сжатие по результатам статистической обработки

В нормах проектирования [2] значение нормативного сопротивления бетона по прочности на сжатие R_{bn} принято большим наименьшего контролируемого значения с обеспеченностью (доверительной вероятностью) 0,95. Т.е. вероятность того, что прочность бетона на сжатие R окажется $< R_{bn}$ равна $1 - 0,95 = 0,05$.

С учетом полученного в рассмотренном выше конкретном примере выражения $F(R)$ для функции распределения прочности на сжатие бетона класса В25: $F(R < R_{bn}) = 1 - 0,95 = 0,05$.

Из этого условия определим R_{bn} для нашей исходной выборки. С одной стороны $F(R < R_{bn}) = 0,05$, с другой - как получено ранее в п.5, $F(R < R_{bn}) = 0,5[1 + \Phi(Z)]$. Значит $0,5[1 + \Phi(Z)] = 0,05$. Тогда $1 + \Phi(Z) = 0,05 / 0,5 = 0,1$, или $\Phi(Z) = 0,1 - 1,0 = -0,9$.

По таблице Приложения А при $\Phi(Z) = -0,9$, $Z = -1,65$. Но $Z = \frac{R_{bn} - Mr}{\sigma} = \frac{R_{bn} - 35,8}{5,05} = -1,65$, или $R_{bn} - 35,8 = 5,05(-1,65) = -8,33$, тогда $R_{bn} = 35,8 - 8,33 = 27,47 \text{ МПа}$. В нормах [2] для тяжелого бетона кл.В25 $R_{bn} = 18,5 \text{ МПа} < 27,47 \text{ МПа}$.

Высокое значение $R_{bn} = 27,47 \text{ МПа}$ получено из-за высокого $Mr = 35,8 \text{ МПа}$ исходной выборки из $N=30$ испытаний.

Расчетное сопротивление бетона сжатию в нашем случае $R_b = \frac{R_{bn}}{\gamma_b} = \frac{27,47}{1,3} = 21,13 \text{ МПа}$ - вводится в расчеты прочности ж/б конструкций.

Для примера определим вероятность того, что прочность бетона на сжатие примет значение $<$ расчетного. Эта вероятность:

$$F(R < R_b) = F(R < 21,13 \text{ МПа}) = 0,5[1 + \Phi(Z)] = 0,5[1 + \Phi(\frac{21,13 - 35,8}{5,05})] = 0,5[1 + \Phi(-2,90)] = 0,5[1 - 0,9963] = 0,5 \times 0,0037 = 0,00185.$$

Значит, вероятность того, что прочность бетона на сжатие примет значение $>$ расчетного ($R > R_b = 21,13 \text{ МПа}$) будет равна: $1 - F(R < R_b) = 1 - 0,00185 = 0,99815$. Это и есть характеристика надежности ж/бетонной или бетонной конструкции из данного бетона.

Библиографический список

Основная литература:

1. Болотин В. В. Применение методов теории вероятностей и теории надежности в расчетах сооружений. - М.: Стройиздат, 1982.
2. Вентцель Е. С. Теория вероятностей. - М.: КНОРУС, 2016.
3. Лычев А. С. Надежность строительных конструкций. - М.: Изд-во АСВ, 2008.
4. Митропольский А. К. Интеграл вероятностей. - Л.: Изд-во ЛГУ, 1972.
5. Ржаницын А. Р. Теория расчета строительных конструкций на надежность. - М.: Стройиздат, 1978.

Нормативная и справочная литература

1. ГОСТ 27751-2014. Надежность строительных конструкций и оснований. Основные положения. - М., 2015.
2. СП 63.13330.2012. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения. - М., 2012.
3. Бронштейн И. Н., Семендяев К. А. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. – М., «Наука», 1980.

Значения функции $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-t^2/2} dt$

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	00000	00798	01596	02393	03191	03988	04784	05581	06376	07171
0,1	07966	08759	09552	10343	11134	11924	12712	13499	14285	15069
0,2	15852	16633	17413	18191	18967	19741	20514	21284	22052	22818
0,3	23582	24344	25103	25860	26614	27366	28115	28862	29605	30346
0,4	31084	31819	32551	33280	34006	34729	35448	36164	36877	37587
0,5	38292	38995	39694	40389	41080	41768	42452	43132	43809	44481
0,6	45149	45814	46474	47131	47783	48431	49075	49714	50350	50981
0,7	51607	52230	52848	53461	54070	54675	55275	55870	56461	57047
0,8	57629	58206	58778	59346	59909	60468	61021	61570	62114	62653
0,9	63188	63718	64243	64763	65278	65789	66294	66795	67291	66783
1,0	68269	68750	69227	69699	70166	70628	71086	71538	71986	72429
1,1	72867	73300	73729	74152	74571	74986	75395	75800	76200	76595
1,2	76986	77372	77754	78130	78502	78870	79233	79592	79945	80295
1,3	80640	80980	81316	81648	81975	82298	82617	82931	83241	83547
1,4	83849	84146	84439	84728	85013	85294	85571	85844	86113	86378
1,5	86639	86896	87149	87398	87644	87886	88124	88358	88589	88817
1,6	89040	89260	89477	89690	89899	90106	90309	90508	90704	90897
1,7	91087	91273	91457	91637	91814	91988	92159	92327	92492	92655
1,8	92814	92970	93124	93275	93423	93569	93711	93852	93989	94124
1,9	94257	94387	94514	94639	94762	94882	95000	95116	95230	95341
2,0	95450	95557	95662	95764	95865	95964	96060	96155	96247	96338
2,1	96427	96514	96599	96683	96765	96844	96923	96999	97074	97148
2,2	97219	97289	97358	97425	97491	97555	97618	97679	97739	97798
2,3	97855	97911	97966	98019	98072	98123	98172	98221	98269	98315
2,4	98360	98405	98448	98490	98531	98571	98611	98649	98686	98723
2,5	98758	98793	98826	98859	98891	98923	98953	98983	99012	99040
2,6	99068	99095	99121	99146	99171	99195	99219	99241	99264	99285
2,7	99307	99327	99347	99367	99386	99404	99422	99439	99456	99473
2,8	99489	99505	99520	99535	99549	99563	99576	99590	99602	99615
2,9	99627	99639	99650	99661	99672	99682	99692	99702	99712	99721
3,0	99730	99739	99747	99755	99763	99771	99779	99786	99793	99800
3,1	99806	99813	99819	99825	99831	99837	99842	99848	99853	99858
3,2	99863	99867	99872	99876	99880	99885	99889	99892	99896	99900
3,3	99903	99907	99910	99913	99916	99919	99922	99925	99928	99930
3,4	99933	99935	99937	99940	99942	99944	99946	99948	99950	99952
3,5	99953	99955	99957	99958	99960	99961	99963	99964	99966	99967
3,6	99968	99969	99971	99972	99973	99974	99975	99976	99977	99978
3,7	99978	99979	99980	99981	99982	99982	99983	99984	99984	99985
3,8	99986	99986	99987	99987	99988	99988	99989	99989	99990	99990
3,9	99990	99991	99991	99992	99992	99992	99992	99993	99993	99993
4,	99994	99996	99997	99998	99999	99999	—	—	—	—

Приложение Б

Значения вероятностей $P(\lambda)$ критерия согласия А. Н. Колмогорова [2]

λ	$P(\lambda)$	λ	$P(\lambda)$	λ	$P(\lambda)$
0,0	1,000	0,7	0,711	1,4	0,040
0,1	1,000	0,8	0,544	1,5	0,022
0,2	1,000	0,9	0,393	1,6	0,012
0,3	1,000	1,0	0,270	1,7	0,006
0,4	0,997	1,1	0,178	1,8	0,003
0,5	0,964	1,2	0,112	1,9	0,002
0,6	0,864	1,3	0,068	2,0	0,001

Задание (вариант №___)

Магистранту (студенту) группы _____ на выполнение курсовой работы **«Определение вероятностных характеристик и закона распределения случайной величины прочности бетона»**

*№ варианта исходных данных выбрать из таблицы В.1 согласно шифру зачетной книжки. Исходные данные варианта приведены на стр. 19-25.

Исходными данными для статистической обработки являются представленные результаты испытаний на сжатие образцов-кубов размерами граней 100/100/100 мм из тяжелого бетона класса по прочности на сжатие В7,5-В25, прошедших тепловую обработку. Объем выборки в каждом варианте **N=30шт.**

Состав курсовой работы:

- построение вариационного ряда случайной величины прочности бетона R ;
- построение гистограммы и полигона опытного распределения R ;
- определение сводных статистических характеристик вариационного ряда и параметров нормального распределения случайной величины прочности бетона R ;
- проверка согласия опытного и принятого распределений критерием А. Н. Колмогорова;
- нормирование сопротивления бетона по прочности на сжатие по результатам статистической обработки.

Выбор варианта исходных данных для курсовой работы

Предпо- следняя цифра шифра	Последняя цифра шифра									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
2	21	22	23	24	25	1	2	3	4	5
3	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
4	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
5	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
6	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
7	21	22	23	24	25	1	2	3	4	5
8	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
9	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25

Вариант № 1

Класс бетона по прочности на сжатие В7,5 №образца	Прочность, МПа по результатам испытаний на сжатие R
1	9,2
2	11,5
3	10,8
4	10,8
5	11,8
6	9,4
7	8,4
8	8,9
9	11,7
10	12,6
11	8,6
12	7,4
13	13,0
14	10,2
15	8,8
16	13,5
17	13,5
18	13,6
19	7,8
20	12,2
21	8,8
22	9,5
23	12,1
24	9,5
25	12,6
26	13,6
27	11,8
28	12,3
29	8,4
30	9,6

Вариант № 2

Класс бетона по прочности на сжатие В7,5 №образца	Прочность, МПа по результатам испытаний на сжатие R
1	9,6
2	11,5
3	10,6
4	10,8
5	11,0
6	9,4
7	8,4
8	8,0
9	11,7
10	12,6
11	8,6
12	7,4
13	13,4
14	10,2
15	8,2
16	13,5
17	13,9
18	13,6
19	7,8
20	12,0
21	8,8
22	9,5
23	12,8
24	9,5
25	12,0
26	13,6
27	11,8
28	12,5
29	8,4
30	9,0

Вариант № 3

Класс бетона по прочности на сжатие В7,5 №образца	Прочность, МПа по результатам испытаний на сжатие R
1	8,9
2	10,5
3	11,8
4	10,8
5	11,5
6	9,0
7	8,0
8	8,9
9	11,3
10	12,3
11	8,9
12	7,4
13	13,9
14	10,5
15	8,0
16	13,5
17	13,5
18	13,1
19	7,8
20	12,6
21	8,8
22	9,4
23	12,9
24	9,5
25	12,2
26	13,6
27	11,8
28	12,3
29	8,9
30	9,1

Вариант № 4

Класс бетона по прочности на сжатие В7,5 №образца	Прочность, МПа по результатам испытаний на сжатие R
1	9,8
2	11,0
3	10,8
4	10,0
5	11,0
6	9,0
7	8,0
8	8,8
9	11,4
10	12,2
11	8,1
12	7,4
13	13,0
14	10,8
15	8,7
16	13,3
17	13,1
18	13,9
19	7,1
20	12,2
21	8,0
22	9,0
23	12,1
24	9,5
25	11,6
26	12,6
27	10,8
28	12,3
29	8,4
30	9,9

Вариант № 5

Класс бетона по прочности на сжатие В7,5 №образца	Прочность, МПа по результатам испытаний на сжатие R
1	10,2
2	11,6
3	10,7
4	10,0
5	11,5
6	9,7
7	8,1
8	9,0
9	11,6
10	12,4
11	8,5
12	7,9
13	13,8
14	10,0
15	8,6
16	13,2
17	13,2
18	13,8
19	9,0
20	12,0
21	8,9
22	9,5
23	12,1
24	9,5
25	12,6
26	13,6
27	11,8
28	12,3
29	8,4
30	9,6

Вариант № 6

Класс бетона по прочности на сжатие В10 №образца	Прочность, МПа по результатам испытаний на сжатие R
1	13,8
2	13,3
3	19,4
4	16,2
5	19,9
6	19,2
7	15,2
8	15,2
9	15,0
10	15,1
11	16,3
12	17,4
13	19,0
14	19,9
15	16,2
16	18,0
17	15,7
18	14,7
19	14,3
20	11,6
21	12,7
22	12,9
23	10,9
24	13,9
25	13,2
26	13,9
27	14,0
28	14,0
29	13,6
30	14,0

Вариант № 7

Класс бетона по прочности на сжатие В10 №образца	Прочность, МПа по результатам испытаний на сжатие R
1	12,8
2	12,3
3	17,4
4	15,2
5	18,9
6	18,2
7	15,8
8	15,9
9	15,5
10	15,4
11	16,7
12	17,8
13	19,2
14	19,3
15	16,7
16	18,5
17	15,6
18	14,8
19	14,4
20	11,5
21	11,7
22	12,9
23	12,9
24	14,9
25	13,2
26	13,1
27	14,6
28	14,1
29	13,9
30	14,4

Вариант № 8

Класс бетона по прочности на сжатие В10 №образца	Прочность, МПа по результатам испытаний на сжатие R
1	13,0
2	13,3
3	18,4
4	15,2
5	19,0
6	17,0
7	15,2
8	15,8
9	15,7
10	15,9
11	16,0
12	17,7
13	17,0
14	18,9
15	16,0
16	17,0
17	16,7
18	14,7
19	14,3
20	13,6
21	12,7
22	13,0
23	10,9
24	13,9
25	13,2
26	13,1
27	14,4
28	14,3
29	13,1
30	14,5

Вариант № 9

Класс бетона по прочности на сжатие B10 №образца	Прочность, МПа по результатам испытаний на сжатие R
1	12,8
2	12,3
3	18,4
4	17,2
5	19,0
6	19,8
7	15,9
8	15,2
9	15,7
10	15,1
11	16,3
12	17,0
13	19,0
14	19,9
15	16,2
16	18,7
17	15,7
18	14,7
19	14,4
20	11,1
21	12,0
22	13,9
23	11,9
24	13,0
25	13,8
26	13,5
27	14,6
28	14,1
29	13,6
30	14,6

Вариант № 10

Класс бетона по прочности на сжатие B10 №образца	Прочность, МПа по результатам испытаний на сжатие R
1	13,7
2	13,7
3	19,7
4	16,4
5	19,0
6	19,1
7	14,2
8	16,2
9	14,0
10	16,1
11	15,3
12	16,4
13	17,0
14	20,9
15	15,2
16	19,0
17	15,7
18	14,0
19	14,3
20	11,0
21	12,7
22	12,7
23	10,8
24	13,9
25	13,2
26	13,9
27	15,0
28	13,0
29	14,6
30	15,0

Вариант № 11

Класс бетона по прочности на сжатие B15 №образца	Прочность, МПа по результатам испытаний на сжатие R
1	21,6
2	22,2
3	19,7
4	17,9
5	18,5
6	17,5
7	21,9
8	15,9
9	21,8
10	20,5
11	21,2
12	15,2
13	14,6
14	15,7
15	18,3
16	22,3
17	16,5
18	15,5
19	18,3
20	21,1
21	20,3
22	24,2
23	26,5
24	22,0
25	20,3
26	21,9
27	19,0
28	16,2
29	21,2
30	20,8

Вариант № 12

Класс бетона по прочности на сжатие B15 №образца	Прочность, МПа по результатам испытаний на сжатие R
1	20,6
2	20,2
3	17,7
4	17,8
5	18,5
6	17,5
7	21,8
8	16,9
9	22,8
10	20,9
11	21,4
12	15,8
13	14,4
14	15,8
15	18,0
16	21,3
17	17,5
18	15,5
19	18,3
20	21,6
21	20,4
22	24,9
23	25,5
24	21,0
25	22,3
26	21,7
27	18,0
28	16,9
29	21,5
30	20,0

Вариант № 13

Класс бетона по прочности на сжатие B15 №образца	Прочность, МПа по результатам испытаний на сжатие R
1	21,0
2	22,0
3	19,9
4	17,2
5	18,6
6	17,4
7	21,6
8	15,5
9	21,0
10	20,5
11	21,2
12	17,2
13	13,6
14	14,7
15	19,3
16	21,3
17	16,5
18	14,5
19	17,3
20	22,1
21	20,7
22	24,0
23	26,0
24	22,8
25	20,5
26	21,7
27	19,1
28	16,5
29	21,3
30	21,8

Вариант № 14

Класс бетона по прочности на сжатие B15 №образца	Прочность, МПа по результатам испытаний на сжатие R
1	22,6
2	20,2
3	19,0
4	17,8
5	18,0
6	17,0
7	21,1
8	15,8
9	21,0
10	20,5
11	21,2
12	15,2
13	14,5
14	15,0
15	18,8
16	22,0
17	16,2
18	15,9
19	18,9
20	21,0
21	20,5
22	24,7
23	26,1
24	22,7
25	20,4
26	21,0
27	19,8
28	16,8
29	21,9
30	20,9

Вариант № 15

Класс бетона по прочности на сжатие B15 №образца	Прочность, МПа по результатам испытаний на сжатие R
1	21,0
2	22,5
3	19,5
4	17,5
5	18,9
6	17,9
7	21,0
8	15,8
9	21,8
10	20,9
11	21,9
12	15,8
13	14,7
14	15,5
15	18,1
16	22,1
17	16,2
18	15,6
19	18,3
20	21,3
21	20,3
22	24,7
23	26,7
24	22,7
25	18,3
26	21,0
27	19,7
28	16,8
29	21,0
30	20,9

Вариант №16

Класс бетона по прочности на сжатие B20 №образца	Прочность, МПа по результатам испытаний на сжатие R
1	25,1
2	28,4
3	30,0
4	28,0
5	27,0
6	17,3
7	25,0
8	27,1
9	25,4
10	24,7
11	20,4
12	23,8
13	25,0
14	24,7
15	25,6
16	19,0
17	27,7
18	28,0
19	22,9
20	23,0
21	22,0
22	21,1
23	21,8
24	22,3
25	20,5
26	19,9
27	20,6
28	31,6
29	24,1
30	23,8

Вариант № 17

Класс бетона по прочности на сжатие В20 №образца	Прочность, МПа по результатам испытаний на сжатие R
1	25,9
2	28,8
3	30,2
4	28,2
5	27,1
6	17,8
7	25,0
8	27,1
9	25,6
10	24,7
11	20,4
12	23,2
13	25,0
14	24,7
15	25,3
16	19,0
17	27,7
18	28,0
19	22,9
20	23,7
21	22,0
22	21,9
23	21,8
24	22,2
25	19,5
26	18,9
27	20,6
28	32,6
29	25,1
30	24,8

Вариант № 18

Класс бетона по прочности на сжатие В20 №образца	Прочность, МПа по результатам испытаний на сжатие R
1	26,1
2	28,4
3	30,9
4	28,0
5	27,0
6	17,3
7	25,3
8	26,1
9	25,4
10	24,0
11	22,9
12	23,9
13	25,9
14	24,4
15	25,0
16	17,0
17	23,7
18	28,5
19	22,0
20	23,0
21	22,0
22	21,1
23	22,8
24	22,5
25	20,0
26	19,9
27	20,6
28	31,6
29	24,1
30	23,9

Вариант № 19

Класс бетона по прочности на сжатие В20 №образца	Прочность, МПа по результатам испытаний на сжатие R
1	24,1
2	28,7
3	30,8
4	27,0
5	27,3
6	19,3
7	25,2
8	27,0
9	25,7
10	24,9
11	20,4
12	23,8
13	25,0
14	24,7
15	25,6
16	18,0
17	27,7
18	28,2
19	22,3
20	23,4
21	22,5
22	21,6
23	21,6
24	22,7
25	20,8
26	19,7
27	22,6
28	31,0
29	24,9
30	23,4

Вариант №20

Класс бетона по прочности на сжатие В20 №образца	Прочность, МПа по результатам испытаний на сжатие R
1	25,1
2	29,4
3	31,0
4	27,0
5	26,0
6	18,3
7	24,0
8	28,1
9	24,4
10	23,7
11	21,4
12	26,8
13	25,0
14	24,7
15	25,6
16	19,0
17	27,7
18	28,0
19	22,0
20	23,2
21	22,7
22	21,4
23	21,9
24	23,3
25	20,0
26	19,0
27	20,9
28	31,1
29	24,9
30	23,4

Вариант № 21

Класс бетона по прочности на сжатие B25 №образца	Прочность, МПа по результатам испытаний на сжатие R
1	40,1
2	35,0
3	46,6
4	44,0
5	39,0
6	30,1
7	31,4
8	33,7
9	37,8
10	33,0
11	27,5
12	28,0
13	31,0
14	31,3
15	32,9
16	32,8
17	38,9
18	40,3
19	41,0
20	40,6
21	38,0
22	35,6
23	31,8
24	39,8
25	41,6
26	42,0
27	30,0
28	29,9
29	37,5
30	33,0

Вариант № 22

Класс бетона по прочности на сжатие B25 №образца	Прочность, МПа по результатам испытаний на сжатие R
1	40,8
2	35,6
3	44,6
4	43,0
5	38,0
6	33,1
7	31,0
8	33,9
9	34,8
10	33,6
11	28,5
12	30,0
13	31,3
14	31,2
15	32,1
16	32,2
17	38,0
18	41,3
19	42,0
20	41,6
21	37,0
22	35,6
23	31,9
24	39,8
25	41,0
26	40,0
27	29,0
28	29,0
29	37,9
30	33,8

Вариант № 23

Класс бетона по прочности на сжатие B25 №образца	Прочность, МПа по результатам испытаний на сжатие R
1	41,1
2	35,8
3	46,0
4	44,5
5	36,0
6	31,1
7	33,4
8	33,7
9	37,8
10	33,0
11	27,5
12	28,8
13	32,0
14	31,3
15	32,0
16	33,8
17	38,9
18	40,0
19	41,1
20	40,0
21	37,0
22	35,6
23	31,0
24	39,3
25	41,0
26	42,4
27	30,5
28	29,5
29	37,9
30	31,0

Вариант №24

Класс бетона по прочности на сжатие B25 №образца	Прочность, МПа по результатам испытаний на сжатие R
1	38,1
2	35,2
3	46,8
4	44,6
5	38,0
6	30,9
7	31,6
8	32,6
9	37,8
10	33,0
11	27,5
12	28,4
13	31,6
14	31,0
15	31,8
16	31,8
17	38,5
18	41,3
19	41,7
20	40,1
21	36,0
22	35,6
23	31,1
24	39,0
25	40,6
26	41,0
27	30,1
28	29,0
29	37,0
30	34,0

Вариант №25

Класс бетона по прочности на сжатие В25 №образца	Прочность, МПа по результатам испытаний на сжатие R
1	40,4
2	35,3
3	46,0
4	44,6
5	38,0
6	31,1
7	33,4
8	32,7
9	37,9
10	33,6
11	28,5
12	27,0
13	31,2
14	31,9
15	32,0
16	32,0
17	38,9
18	39,3
19	41,3
20	40,9
21	38,8
22	35,8
23	31,7
24	38,8
25	40,6
26	43,0
27	32,0
28	29,0
29	37,9
30	33,8

Учебное издание

**ВЕРОЯТНОСТНЫЕ МЕТОДЫ В СТРОИТЕЛЬНОЙ МЕХАНИКЕ
И РАСЧЕТЫ НАДЕЖНОСТИ СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ**

Методические указания по выполнению курсовой работы
«Определение вероятностных характеристик
и закона распределения случайной величины прочности бетона»

Составитель
РОТШТЕЙН Дмитрий Моисеевич

В авторской редакции

Подписано в печать 04.05.2017. Формат 60х90 1/16. Печ. л. 1,5.
Тираж 300 экз. Заказ № 17-76.

Библиотечно-издательский комплекс
федерального государственного бюджетного образовательного
учреждения высшего образования
«Тюменский индустриальный университет».
625000, Тюмень, ул. Володарского, 38.

Типография библиотечно-издательского комплекса.
625039, Тюмень, ул. Киевская, 52.